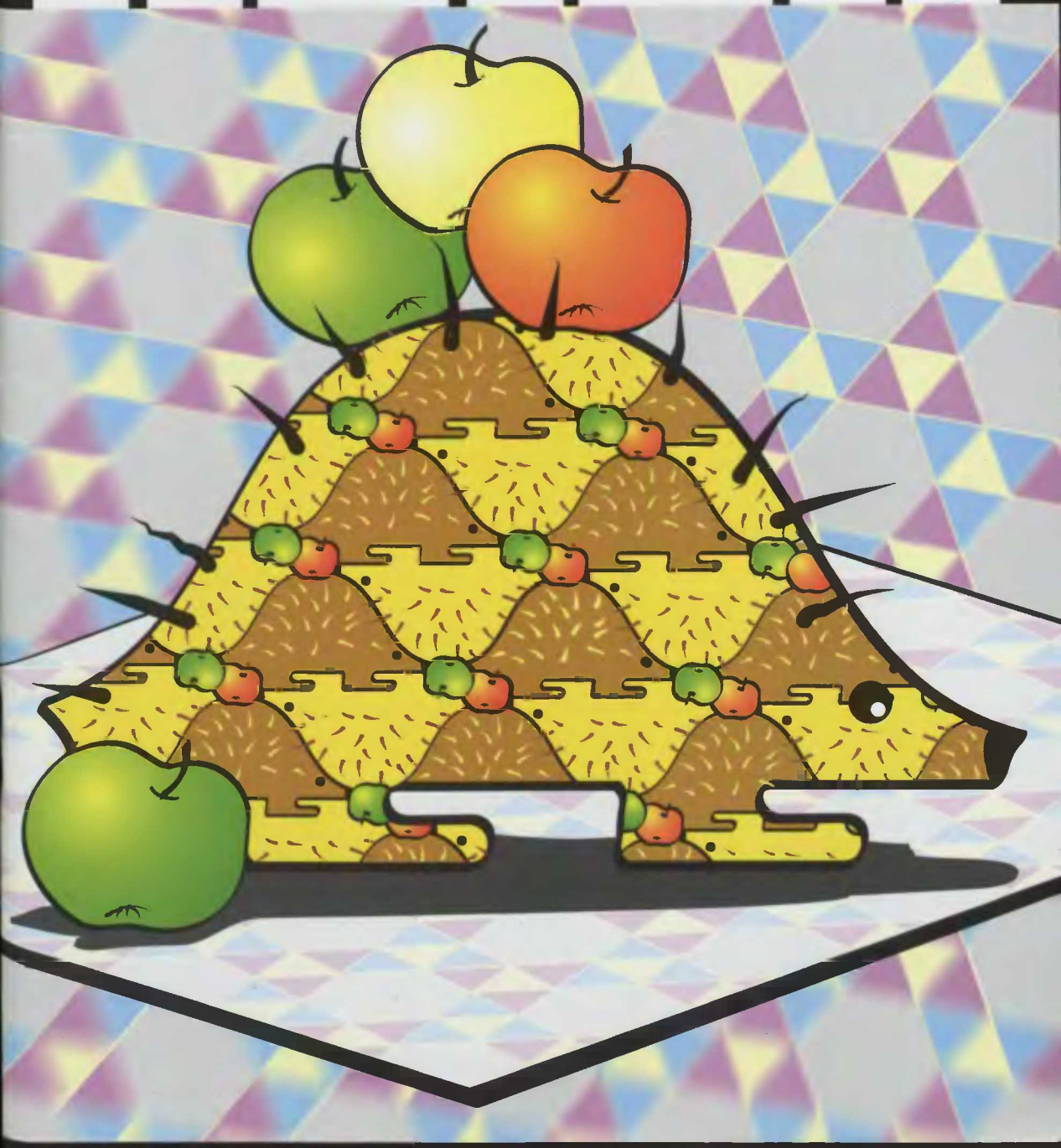
kwartalnik nr 4 (9) październik 2004 ISSN 1643-9481 indeks 372366 cena 5 zł (0% VAT)

mmm

magazyn miłośników matematyki



Gaudeamus igitur, iuvenes dum sumus...

Szczęście – to studiować matematykę.
Pech – to mieć takie szczęście.

Prawdziwy profesor myśli A, mówi B,
pisze C, które wygląda jak D,
jest przekonany, że powiedział E,
a powinno być F.

$(y+z)^p = y^p + z^p$ to wzór, który stosuje
każdy student odbiegający od przeciętności.
Jak odbiega w górę, to stosuje go modulo p,
jak w dół – to dla wszystkich liczb rzeczywistych.

Jeśli praca jest mało precyzyjna,
to może być w niej jakiś dobry pomysł.
Jeśli w pracy jest duża precyzja,
to rodzi się podejrzenie,
że autor nic więcej nie umie.

Są trzy rodzaje matematyków:
tacy, którzy potrafią liczyć,
i tacy, którzy liczyć nie potrafią.

Paryż zaprasza mistrzów

XIX Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych

III Mistrzostw Polski w GMiL

Pierwszy etap eliminacji 2004/2005

W końcu sierpnia 2005 r. odbędzie się w Paryżu finał XIX Międzynarodowych Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych. Eliminacje krajowe organizuje Wydział Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej i Oddział Wrocławski Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Składają się one z dwóch etapów korespondencyjnych oraz finału krajowego III Mistrzostw Polski w GMiL w dniach 21 i 22 maja 2005 r. we Wrocławiu, który wyłoni mistrzów Polski i reprezentację na finał paryski. Zapraszamy wszystkich, którym logiczne myślenie sprawia przyjemność, do udziału w zawodach. Szczegółowy regulamin można znaleźć na stronie internetowej Komitetu Organizacyjnego Mistrzostw: http:// www.im.pwr.wroc.pl/~rabczuk/gry.html lub na stronie WPPT Politechniki Wrocławskiej: http:// www.wppt.pwr.wroc.pl.

Zawodnicy startują w jednej z kategorii:
CE – klasy III SP (zadania 1–5),
CM – klasy IV SP (zadania 3–8),
C1 – klasy V i VI SP (zadania 5–11),
C2 – gimnazja (zadania 7–14, **tu zmiana w stosunku do lat ubiegłych!**),
L1 – szkoły ponadgimnazjalne (zadania 7–16),
L2 – szkoły wyższe pomaturalne (zadania 7–18),
HC – zawodowi matematycy i informatycy (zadania 7–18),
GP – dorośli spoza kategorii L2 i HC (zad. 7–16).

Starannie wypełnioną kartę odpowiedzi należy przesłać (pocztą zwykłą) do 15 grudnia 2004 r. na adres:

Wydział Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław

z dopiskiem na kopercie KONKURS i symbolem kategorii. Do przesyłki należy włożyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną ze znaczkiem oraz kserokopię dowodu wpłaty wpisowego (kategorie CE i CM – 20 zł, C1 i C2 – 30 zł, L1 i L2 – 40 zł, HC i GP – 50 zł) na konto:

Politechnika Wrocławska
50-370 Wrocław, Wybrzeże Wyspiańskiego 27
Bank Zachodni WBK S.A. II Oddział Wrocław
Nr **37 1090 2402 0000 0006 1000 0434**,
zlecenie 451198.

Komitet Organizacyjny Mistrzostw

Zadania I etapu eliminacji

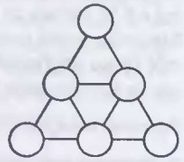
Początek kategorii CE

1. Reguła dla ciągu. Odkryj regułę, według której powstają kolejne wyrazy ciągu liczbowego:

18, 9, 14, 7, 12, 6, 3, 8, ☐, ☐

i uzupełnij ten ciąg o kolejne dwa wyrazy.

2. Sześć liczb. Sześć liczb: 1, 2, 3, 4, 5 i 6 umieść w kółkach tak, żeby suma liczb w trzech kółkach każdego małego trójkąta była mniejsza lub równa 9.



Początek kategorii CM

3. Pod szaloną miotłą. W butiku „Pod szaloną miotłą" sprzedaje się rekwizyty dla czarowników. Sprzedawczyni – wiedźma handluje 35 godzin w tygodniu. W niedzielę butik jest otwarty od godziny pierwszej w nocy do siódmej rano. W pozostałych dniach tygodnia butik otwierany jest o godzinie dziewiętnastej i zawsze jest zamykany o tej samej godzinie. O której godzinie butik zamykany jest w środę?

4. Puste pole. Plansza 5×5 podzielona jest na 25 małych kwadratowych pól.

W wybrane 24 pola planszy należy wpisać liczby całkowite od 1 do 6, każdą czterokrotnie, w taki sposób aby:
– ta sama liczba nie pojawiła się dwukrotnie w żadnej linii poziomej ani żadnej linii pionowej planszy,
– różnica pomiędzy sumą liczb wpisanych w pola leżące na jednej przekątnej, a sumą liczb wpisanych w pola leżące na drugiej przekątnej była jak największa.
W karcie odpowiedzi podaj tę różnicę i przykład rozmieszczenia dwudziestu czterech liczb na polach planszy.

Początek kategorii C1

5. Liczby palindromiczne. Marek dodał dwie liczby palindromiczne trzycyfrowe i otrzymał w wyniku liczbę palindromiczną czterocyfrową. Do napisania dodawanych liczb i ich sumy użył tylko trzech różnych cyfr, a jednej z nich użył pięciokrotnie. Podaj liczby napisane przez Marka oraz ich sumę. (Uwaga: liczbę palindromiczną czyta się tak samo od strony lewej do prawej, jak od strony prawej do lewej, np.: 44, 101, 9779).

Koniec kategorii CE

6. Liczba lat. Kiedy miałem 3 lata, mój ojciec był o 5 lat starszy od mojej mamy. Gdy miałem 9 lat, moja mama miała 37 lat. Przed dwoma laty mój ojciec obchodził jubileusz swojego 60-lecia. Ile lat mam teraz?

Początek kategorii C2, L1, L2, GP, HC

7. Pudełka z orzechami. W każdym pudełku ustawionym na stole znajduje się co najmniej jeden orzech, ale liczba orzechów w każdym z pudełek jest nie większa niż liczba pudełek. Liczby orzechów w różnych pudełkach są różne i w żadnym z pudełek nie ma 13 orzechów. Ile co najwyżej pudełek ustawiono na stole?

8. Optymalny podział. Romek narysował na prostokątnej kartce papieru 3 proste: p, q, r. Zauważył, że podzieliły one kartkę na 7 części. Dorysował 3 nowe proste, jedną równoległą do p, jedną równoległą do q i jedną równoległą do r, w taki sposób, aby trzy nowe proste wraz z liniami p, q i r podzieliły kartkę papieru na możliwie największą liczbę części. Ile było tych części?

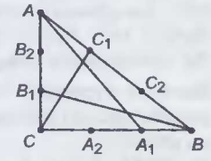
Koniec kategorii CM

9. Gra. Do gry potrzebna jest plansza oraz płytki, z których każda pokrywa dokładnie dwa sąsiednie pola planszy leżące w linii poziomej albo pionowej (rysunek przedstawia planszę i jedną płytkę).

Każdy gracz w każdym ruchu kładzie jedną taką płytkę na niezajętych jeszcze dwóch sąsiednich polach planszy. Wygrywa ten z graczy, który wykona ostatni dopuszczalny ruch. Grę rozpoczyna Adam, drugi ruch wykonuje Bartek, a następne ruchy wykonują na przemian. Czy Adam ma strategię wygrywającą, tzn. czy wygra zawsze, niezależnie od sposobu gry Bartka? W karcie odpowiedzi wpisz NIE albo TAK, ale jeśli wpiszesz TAK, to musisz podać, ile jest różnych ruchów, którymi Adam może rozpocząć zwycięską grę.

10. Zabawa liczbami. Kasia spędza wolny czas bawiąc się liczbami. Spojrzała na datę 31/12/04 ostatniego dnia bieżącego roku i utworzyła z niej liczbę sześciocyfrową 311204. Potem wyszukiwała liczby całkowite dodatnie mniejsze od 311204, które w swoim zapisie cyfrowym zawierają blok 421 złożony z trzech cyfr 4, 2 i 1 występujących w podanej kolejności, jak np. w liczbach: 42154 lub 2142114. Ile jest wszystkich liczb sześciocyfrowych, które mogła wyszukać Kasia?

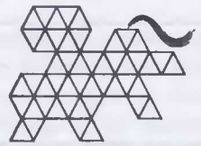
11. Trójkąt. W trójkącie prostokątnym ABC o przyprostokątnych $CA = 12$ cm i $BC = 15$ cm boki zostały podzielone na trzy równe części punktami $C_1, C_2, A_1, A_2, B_1, B_2$ (rys. obok). Oblicz pole trójkąta, którego jeden bok ma długość taką jak odcinek CC_1, drugi jak AA_1, a trzeci jak BB_1.



Koniec kategorii C1

12. Maszt. Na płaskim, prostokątnym dachu pewnego budynku pracownik telekomunikacji instaluje maszt w precyzyjnie wybranym miejscu. Maszt mocowany jest pionowo za pomocą czterech prostych, stalowych prętów biegnących od wierzchołka masztu do czterech rogów dachu. Pręty umocowane do dwóch przeciwległych rogów dachu mają długości 10 i 11 metrów, a długość trzeciego pręta jest równa 14 metrów. Jaką długość (w metrach) ma czwarty pręt?

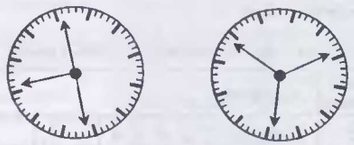
13. Koń trojański. Figura na rysunku przedstawia konia trojańskiego. Należy tę figurę rozciąć na 3 części, z których, bez odwracania na drugą stronę, można złożyć pełny trójkąt równoboczny. Uwaga: cięcie może przechodzić przez wnętrza małych trójkątów. W karcie odpowiedzi zaznacz wykonane cięcia i każdą część pokoloruj inaczej.



14. Ustawianie w pary. W grupie złożonej z 16 osób każdy ma dokładnie trzech znajomych. Czy zawsze można wszystkie osoby z tej grupy ustawić parami tak, aby w każdej parze znalazły się osoby, które się znają? Zakładamy, że relacja znajomości jest symetryczna, tzn. jeśli osoba A zna osobę B, to również B zna A. W karcie odpowiedzi wpisz TAK lub NIE, ale w przypadku odpowiedzi NIE narysuj graf relacji znajomości w takiej grupie, czyli narysuj 16 punktów reprezentujących osoby występujące w grupie i linie łączące osoby znające się.

Koniec kategorii C2

15. Zegar. W siedzibie Klubu Miłośników Gier Logicznych znajduje się zegar, który ma trzy wskazówki. Każda może zajmować jedną z 60 pozycji. Wskazówki nie poruszają się w sposób ciągły, lecz przeskakują z jednej pozycji na drugą. O godzinie 12:00:00 wszystkie wskazówki pokrywają się. Wskazówka sekundowa zmienia swoje położenie co sekundę, minutowa co minutę, a godzinowa co pełne 12 minut. Na tarczy zegara jest 60 kresek oznaczających pełne minuty, przy czym co piąta jest pogrubiona i oznacza pełne godziny. Zegar jest w remoncie. Z tarczy zdjęto liczby opisujące godziny, a oryginalne wskazówki na czas remontu zastąpiono trzema jednakowymi. Tarcza zegara została też przypadkowo obrócona i nie wiadomo, gdzie jest godzina 12. Jednak zegar cały czas chodzi, a wskazówki poruszają się zgodnie z opisanymi wyżej zasadami. Pewnego popołudnia prezes Klubu spojrzał na zegar i zauważył, że wskazówki zegara utworzyły literę T. Po niecałych 30 minutach ponownie spojrzał na zegar i spostrzegł, że wskazówki tworzą ze sobą kąty 120° (rysunek poniżej).



Która była godzina (z dokładnością do sekundy) w chwili, gdy prezes pierwszy raz spojrzał na zegar?

16. Największa wartość. Liczby rzeczywiste a, b i c dobrano tak, że dla dowolnych x spełniających warunek $-1 \le x \le 1$ zachodzi nierówność $|ax^2+bx+c| \le 1$. Jaką największą wartość może osiągnąć wyrażenie $|cx^2+bx+a|$ na przedziale $[-1, 1]$?

Koniec kategorii L1 i GP

17. Sześciany. Ojciec ma 4 różne bursztynowe sześciany, których długości krawędzi są liczbami całkowitymi centymetrów. Chce podarować 2 sześciany swojej córce i 2 sześciany synowi. Nie wie jednak, jak to zrobić, aby podział był sprawiedliwy. Na szczęście mama zauważyła, że można dać po 2 sześciany każdemu dziecku w taki sposób, żeby suma objętości sześcianów otrzymanych przez każde z nich była taka sama. Podaj (w cm^3) tę wspólną sumę wiedząc, że chodzi o rozwiązanie możliwie najmniejsze.

18. Loteria. Los pewnej loterii sprzedawany w cenie 10 euro jest zdrapką o 36 polach ułożonych w kwadrat 6×6. Wiadomo, że 6 pól zawiera liczbę „10", 9 pól zawiera liczbę „1", a każde z pozostałych 21 pól zawiera liczbę „0". Gracz może zdrapywać pola według własnego uznania, tyle, ile zechce, ujawniając zawarte w nich liczby. Kiedy postanawia przerwać zdrapywanie, mnoży liczby, które odkrył (uwzględniając zera) 7i wygrywa tyle euro, ile wynosi otrzymany iloczyn. Zakłada się, że wszyscy gracze, którzy kupili los, stosują strategię optymalną. Statystycznie, jaki procent pieniędzy wydanych na zakup losów zostanie zwrócony graczom? Wynik zaokrąglij do najbliższej jednej dziesiątej procenta.

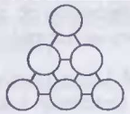
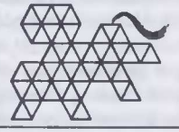
Koniec kategorii L2 i HC

XIX Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych
III Mistrzostwa Polski w Grach Matematycznych i Logicznych
karta odpowiedzi (I etap 2004/2005)

imię i nazwisko ..... kategoria

adres, telefon, e-mail

szkoła, klasa / uczelnia, wydział, rok studiów / zawód

numer zadania	rozwiązania	punkty	współczynnik
1	18, 9, 14, 7, 12, 6, 3, 8, ☐, ☐		
2			
3	W środę butik jest zamykany o godzinie: ☐		
4	Różnica wynosi: ☐		
5	☐☐☐ + ☐☐☐ = ☐☐☐☐		
6	Teraz mam ☐ lat		
7	Na stole ustawiono co najwyżej ☐ pudełek		
8	Liczba części: ☐		
9	Czy ma strategię wygrywającą: ☐ Liczna różnych ruchów: ☐ (wypełnij w przypadku wpisania TAK)		
10	Kasia mogła wyszukać ☐ liczb		
11	Pole trójkąta: ☐ cm^2		
12	Czwarty pręt ma długość: ☐ m		
13	 w przypadku odpowiedzi NIE narysuj graf relacji znajomości		
14	Czy można ustawić osoby parami? ☐		
15	Była wtedy godzina: ☐		
16	Największa wartość: ☐		
17	Suma objętości dwóch sześcianów otrzymanych przez każde dziecko: ☐ cm^3		
18	☐ %		
	suma		

W numerze:

Matematyczne zmagania
Paryż zaprasza mistrzów 2
Dorota Kolany
Ogólnopolski Sejmik Matematyków 4
Nasi górą 6
Daj, o Pani, o boska Mnemozyno,... 11

Etiudy geometryczne
Piotr Kumor, Barbara Lichowska, Małgorzata Mikołajczyk, Antoni Szendera
Zagubiony w lesie 13

Z matematycznego lamusa
Justyna Chądzyńska
Książę zagadek 17
Michał Śliwiński
Zagadka Alberta 21

Samouczek zadaniowy
Lech Stawikowski
Trzy boginie 24
Witold Bednarek
Rozmaitości z rozwiązaniami 28

Zrób sobie bryłkę
Piotr Pawlikowski
Wielkie wielościany 30

Z notatnika starego belfra
Antoni Dindorf
Monodram, czyli teatr jednego aktora ... 34

Łamanie głowy, czyli burza w mózgu
Zadania konkursowe 35
Wyniki i podpowiedzi 38

Ponadto nasze stałe rubryki:
Wyłowione z sieci (s. 6, 8, 26, 28 i 34)
Sztafeta pokoleń, czyli 5–10–15–20 (s. 10)
Matematyka na salonach (s. 22 i 29)

Drodzy Czytelnicy!

Choć wakacje pozostają już tylko blaknącym wspomnieniem, to trzeba pamiętać, że jest to okres, w którym dużo dzieje się w matematycznym światku. Polecamy nie tylko relację z XVIII Międzynarodowych Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych, ale też informacje o wielu innych wydarzeniach i odnoszonych przez Polaków sukcesach. Poza tym niezmiennie zachęcamy do udziału w starych i nowych konkursach ogłaszanych na łamach MMM.

Bieżący numer zdominowały najtrudniejsze zagadki świata. Prezentujemy aż trzy, którym przyklejono taką etykietkę. Ich autorami są Raymond Smullyan, Albert Einstein i Hugo Steinhaus (w tym ostatnim przypadku samą łamigłówkę prezentowaliśmy w numerze 2/2004 s. 9, w tym zamieszczamy natomiast jej rozwiązanie). Mamy nadzieję, że po lekturze MMM wszyscy Czytelnicy dojdą do wniosku, że nie taki diabeł straszny.

Jak bumerang wraca zadanie o Mateuszu zagubionym w lesie (MMM 4/2003, 1/2004, 2/2004). Prezentujemy kolejne pomysły na jego rozwiązanie, zgodnie ze starą maksymą, że lepiej rozwiązać jedno zadanie dziesięcioma sposobami niż dziesięć zadań jednym sposobem. *Czekamy na kolejne pomysły i życzymy przyjemnej lektury.*

Redakcja

mmm Magazyn Miłośników Matematyki 4/2004
http://www.mmm.ig.pl
ISSN 1643-9481, NAKŁAD 5000 egz.
WYDAWCA: Oficyna Wydawnicza ATUT – Wrocławskie Wydawnictwo Oświatowe

RADA REDAKCYJNA
Rościsław Rabczuk, Zbigniew Romanowicz, Zbigniew Skoczylas
REDAKCJA
Małgorzata Mikołajczyk (redaktor naczelny), Michał Śliwiński, Wojciech Głodek (strona WWW), Krzysztof Skwark (menedżer tytułu)
PROJEKT OKŁADKI
Adam Łowczycki, Ewa Karolczak
SKŁAD I ŁAMANIE
Sigma – Ewa Karolczak
53-149 Wrocław, ul. Racławicka 11/6
ADRES REDAKCJI
Magazyn Miłośników Matematyki
50-010 Wrocław, Podwale 62
tel. (0-71) 342 20 56
e-mail: mmm@atut.ig.pl

WARUNKI PRENUMERATY
Prenumerata na rok 2005 zamówiona do końca roku odbywa się na starych zasadach (5 zł za numer). Od 2005 r. cena pojedynczego numeru wzrasta do 6 zł. Każda wpłata powinna mieć adnotację, których numerów dotyczy, oraz zawierać adres zamawiającego. Można zamawiać również numery archiwalne.
Należność prosimy wpłacać na konto:
Oficyna Wydawnicza ATUT
Wrocławskie Wydawnictwo Oświatowe
50-010 Wrocław, Podwale 62
BZ WBK I O/Wrocław
24 1090 2398 0000 0006 0802 5123

MMM dostępny jest w sprzedaży na terenie całego kraju w salonach prasowych RUCH, EMPiK oraz w punktach patronackich.

CENNIK REKLAM
- Okładka (pełny kolor): II strona – 3000 zł, III strona – 2000 zł;
- wnętrze (2 kolory): 1 strona – 1000 zł, 1/2 strony – 600 zł, 1/3 strony – 400 zł.

Podane kwoty są cenami netto, należy doliczyć 22% VAT.

Redakcja nie odpowiada za treść reklam i ogłoszeń.

Zastrzegamy sobie prawo skracania i redagowania nadsyłanych tekstów. Tytuły pochodzą od redakcji. Niezamówionych materiałów nie zwracamy.

Zapraszamy do współpracy!

Matematyczne zmagania

Paryż zaprasza mistrzów

W dniach 27 i 28 sierpnia odbyły się w Paryżu finały XVIII Międzynarodowych Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych. Polska brała w nich udział po raz dwunasty. Trzon naszej reprezentacji wyłoniony w wyniku krajowych eliminacji przedstawiliśmy w poprzednim numerze. Sprawozdanie z paryskiego finału można znaleźć na stronie ***http://www.im.pwr.wroc.pl/~rabczuk/gry.html.***
Tam też dostępne będą zadania I etapu tegorocznych eliminacji.

Do Paryża pojechało 21 polskich zawodników, którzy zmagali się z ekipami z 15 innych państw. Przy wyjeździe nie obyło się bez kopniaków „na szczęście" i życzeń powrotu ze złotem. Były to życzenia prorocze. Jedna trzecia naszej ekipy powróciła triumfalnie z medalami: trzema złotymi i po parze srebrnych oraz brązowych. To najlepszy wynik od 1994 r. (Ze wszystkich dotychczasowych finałów Polacy przywieźli w sumie 16 złotych medali, 11 srebrnych i 12 brązowych).

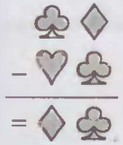
Złoto wywalczył najmłodszy członek reprezentacji Polski – dziesięcioletni **Radosław Serafin** z Wrocławia – mistrz Polski w kategorii CE (klasy III SP), w tej samej kategorii srebrny medal zdobył krajowy wicemistrz **Jarosław Dąbrowski** z Miękini. Drugi złoty medal zdobył w kategorii C1 (klasy V i VI SP) **Michał Arndt** z Łobżenicy. Medal srebrny i brązowy wywalczyli w kategorii C2 – gimnazjalistów – **Tomasz Stróżak** z Lublina i **Gabriel Listowski** z Zabrza. Doskonale wypadli również dorośli uczestnicy mistrzostw. W kategorii L2 – studentów – złoto zdobył **Artur Hibner** z Bielska-Białej, student AGH w Krakowie, a w kategorii HC – profesjonalistów – brązowy medal zdobył **Bartłomiej Dyda** z Wrocławia, doktorant w Instytucie Matematyki Politechniki Wrocławskiej.

Poniżej przedstawiamy wybór zadań z dwóch dni paryskich finałów.

Kółko graniaste

Sześciu uczniów tworzy kółko i rzucają do siebie piłkę. W grze trzeba wykonać maksymalną liczbę podań. Każde dziecko może podać piłkę do każdego ze swoich kolegów tylko jeden raz. Gra kończy się, gdy uczeń, który ma piłkę, nie może już wykonać podania. Ile podań maksymalnie można wykonać w tej grze?

Pokerowe odejmowanie



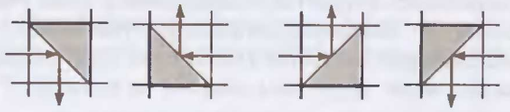
Jakie cyfry pozwalają wykonać odejmowanie przedstawione obok? Każdy symbol przedstawia inną cyfrę różną od zera. Ma być spełniony warunek ♥ > ♦.

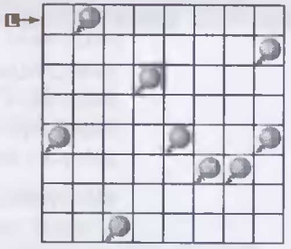
Rachmistrz w kurniku

Kura Złotopióra umie liczyć. Ustawiamy ją przed stosem złożonym z 2004 jaj. Kura jest dobrze zorganizowana: licza jaja i ze zliczonych tworzy obok drugi stos. Po każdych czterech zliczonych jajach znosi jedno jajo, które umieszcza w stosie jaj jeszcze nieprzeliczonych. W końcu pozostał jej tylko jeden stos. Ile jaj zliczyła?

Pogromca baloników

Chcemy odchylić promień lasera używając następujących typów zwierciadeł:





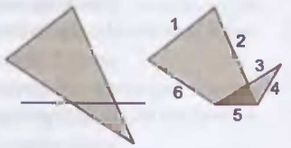
Promień lasera (L) przechodząc przez baloniki niszczy je. Jak umieścić na planszy 6 zwierciadeł, tak aby zniszczyć wszystkie baloniki.

Przebity sześcian

Z 216 małych sześcianów utworzono duży sześcian. Igłą przebito go wzdłuż jednej z głównych przekątnych. Ile małych sześcianów przebiła igła?

Zginanie

Zginając trójkąt wzdłuż pewnej prostej, można otrzymać wielokąt o 6 bokach (jak na rys.). Ile boków maksymalnie otrzymamy, zginając prostokąt?



Przekątna Didiera

Na pokratkowanym arkuszu Didier narysował prostokąt, którego boki leżą na liniach kratkowania. Następnie narysował przekątną tego prostokąta i policzył kwadraciki, przez które ona przechodzi. Znalazł on 91 kwadracików. Jaki jest krótszy bok prostokąta Didiera?

Dziadkowie

W Math-Village żyją obaj dziadkowie każdego dziecka. Ponadto każda para dzieci ma co najmniej jednego wspólnego dziadka. Znając tylko liczbę dzieci, można twierdzić, że jeden dziadek ma co najmniej 12 wnuków, ale nie można twierdzić, że ma ich co najmniej 13. Ile jest dzieci w Math-Village?

Liczby-wspólniczki

Odwrócenie liczby otrzymujemy czytając ją wspak. Na przykład odwróceniem liczby 125 jest 521. Dwie liczby całkowite nazywane są wspólniczkami, gdy

- liczby te mają tyle samo cyfr,
- każda jest różna od swojego odwrócenia i od odwrócenia drugiej,
- ich iloczyn jest równy iloczynowi ich odwróceń.

Liczby 42 i 12 są wspólniczkami, ponieważ $42 \cdot 12 = 24 \cdot 21$. Ile jest par trzycyfrowych liczb-wspólniczek?

Odpowiedzi szukajcie w numerze.

Ogólnopolski Sejmik Matematyków

Jest to konkurs prac uczniowskich z matematyki organizowany przez Pracownię Matematyki Pałacu Młodzieży im. Aleksandra Kamińskiego w Katowicach i Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego, adresowany do uczniów szkół ponadgimnazjalnych i starszych klas gimnazjów. W tym roku odbędzie się po raz 22.

We wrześniu jury ogłasza listę tematów na dany rok szkolny wraz z literaturą i wskazówkami. Jest ona rozsyłana do wszystkich szkół średnich w kraju. Uczniowie zainteresowani udziałem w konkursie powinni do końca listopada przesłać swoje zgłoszenie (potwierdzone przez nauczyciela) z podanym tematem pracy (zazwyczaj dotyczącym jednego z zagadnień zaproponowanych przez jury, chociaż dopuszczane są też prace o innej tematyce).

Pierwszy etap konkursu polega na przygotowaniu pracy na zgłoszony temat i przesłaniu jej do Pałacu Młodzieży do końca I semestru. Jury złożone z pracowników naukowych Instytutu Matematyki Uniwersytetu Śląskiego ocenia wszystkie prace i wybiera ok. 20 najlepszych. Drugi etap ma formę kilkudniowego spotkania wyjazdowego, w którym oprócz finalistów biorą udział nauczyciele – opiekunowie wyróżnionych prac, jurorzy i zaproszeni goście.

Finał Sejmiku rozpoczyna się wykładem inauguracyjnym, a potem następuje część konkursowa, czyli dziesięciominutowe prezentacje prac. Po każdym odczycie słuchacze mogą zadawać referującemu dodatkowe pytania. Jury ustala werdykt na podstawie prezentacji i przebiegu późniejszej dyskusji. Zajęcie trzech pierwszych miejsc daje wolny wstęp na studia na kierunku *matematyka* Uniwersytetu Śląskiego. Wszyscy finaliści otrzymują listy gratulacyjne. Ponadto przeprowadzany jest plebiscyt na najlepszy odczyt wśród samych finalistów oraz ich opiekunów.

W finale XXI Sejmiku, który odbył się w dniach 20–23 maja 2004 jury przyznało:

- I nagroda **Pawłowi Zaczkowskiemu** z V LO w Krakowie za pracę *Wielomiany komutujące, Czebyszewa i określone rekurencyjnie*,
- II nagroda **Tomaszowi Warszawskiemu** z V LO w Krakowie za pracę *Triangulacje, czyli sprytne podziały*, (opiekunowie mgr Tomasz Szymczyk, mgr Lucyna Cięciwa),
- III nagroda **Michałowi Zajdzie** z Pracowni Matematyki Pałacu Młodzieży w Katowicach za pracę *Średnie*, (opiekun mgr Ryszard Gruca),
- wyróżnienie **Monice Rudeckiej** z Gimnazjum Nr 11 w Koszalinie za pracę *Kolorowa matematyka*, (opiekun mgr Dorota Kolany).

Tematy zaproponowane przez jury na XXI OSM

- Równania rekurencyjne
- Ciekawe czworościany
- Średnie w matematyce
- Klasyczne równania funkcyjne
- Tablice trwania życia
- Arytmetyka finansowa
- Zbiory wypukłe
- Z cyrklem lub bez, a czasem bez linijki

Publiczność głosowała w następujący sposób:

- najlepszy referat według nauczycieli – *Teoria gier* **Katarzyny Gizickiej** z I LO w Zakopanem, (opiekun mgr Dorota Siwik),
- najlepszy referat według uczestników – *Obrazowanie 3D nie tylko dla orłów* **Szymona Acedańskiego** z VIII LO w Katowicach, (opiekun mgr Renata Suchanek).

Oprócz konkursowych referatów podczas Sejmiku odbywa się cykl wykładów zaproszonych pracowników naukowych. Podczas ostatniego spotkania byli to: prof. dr hab. Marek Kordos (*Koło, kula i walec*), dr hab. Michał Szurek (*Wycieczka w n-ty wymiar*) – obaj z Uniwersytetu Warszawskiego, dr Krzysztof Ciesielski (*Matematyka wyborcza*) i dr Zdzisław Pogoda (*Kilka modeli*) – obaj z Uniwersytetu Jagiellońskiego, dr Andrzej Dąbrowski (*Bezpośrednio o średnich*) z Uniwersytetu Wrocławskiego i Marcin Michalak (*Zbiory przybliżone*) – student Politechniki Śląskiej, były laureat konkursu.

Poniżej przedstawiamy zagadnienia proponowane do tegorocznej edycji konkursu.

1. Teoria obliczalności. Co to znaczy, że można coś wyliczyć? Czy istnieją wartości niemożliwe do wyliczenia? Jak długi może być czas oczekiwania na wynik obliczeń?

2. Teoria automatów. Co to są automaty: Rabina-Scotta, Moore'a, czy Mealy'ego? Co to jest maszyna Turinga? Ta ostatnia może symulować nawet najlepszy komputer. Co to znaczy?

3. Algorytmy przybliżone. Wiele problemów ma tak długi czas oczekiwania na rozwiązanie znanymi metodami, że nie mają one praktycznego zastosowania. Wtedy trzeba posłużyć się metodami niedokładnymi, które nie gwarantują uzyskania rozwiązania zawsze, ale z dowolnie dużym prawdopodobieństwem w sensownym czasie.

4. Liczby, jakich nie znamy. W szkole uczy się o liczbach naturalnych, całkowitych, wymiernych i rzeczywistych (czasem jeszcze o zespolonych), ale są też inne rodzaje liczb, np. kwaterniony, liczby kardynalne, porządkowe, *p*-adyczne...

5. Metody Monte Carlo. Dlaczego szukając kartki z ważnym numerem telefonu, zamiast przeszukiwać szufladę systematycznie, grzebiemy w niej na „chybił-trafił"? Wbrew pozorom ma to wiele sensu. Metody losowego poszukiwania rozwiązań nazywa się metodami „Monte Carlo".

6. Testowanie hipotez statystycznych. Skąd wiadomo, że palenie szkodzi? Czemu twierdzimy, że kolor włosów nie ma związku z inteligencją ich właściciela? A może ma? Jak uzasadnia się takie tezy?

7. Teoria ryzyka. Czy można szacować ryzyko? Skąd banki wiedzą komu przyznać jaki kredyt? Skąd towarzystwa ubezpieczeniowe wiedzą, jakie oferować polisy ubezpieczeniowe, żeby nie zbankrutować, a jeszcze sporo zyskać?

8. Matematyczne modele gospodarki. Czy interwencjonizm państwa w procesy gospodarcze może dawać pozytywne wyniki? Czy bezrobocia da się uniknąć, czy jest ono ceną za wolność w procesach ekonomicznych? Dlaczego gospodarka planowa jest niemożliwa?

9. Metody numeryczne. Ten dział matematyki zajmuje się przybliżonym rozwiązywaniem zadań matematycznych. Zakres tych zagadnień jest bardzo rozległy. Można badać np. różne sposoby przybliżania funkcji wielomianami, przybliżone sposoby obliczania pola pod wykresem funkcji lub rozwiązywania równań $f(x) = 0$ dla zadanej funkcji f.

10. Twierdzenia o wartości średniej. Podstawowe twierdzenia o wartości średniej to twierdzenia: Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego, ale istnieją też mniej znane twierdzenia tego typu. Można badać np. dla jakich funkcji punkt średni z tezy danego twierdzenia o wartości średniej jest zawsze np. średnią arytmetyczną.

Wykaz zalecanej literatury i informacje o edycjach porzednich i bieżącej Sejmiku można znaleźć na stronie internetowej http://www.spinor.z.pl

Dorota Kolany, Katowice

Nasi górą

W MATEMATYCE

XLV Międzynarodowa Olimpiada Matematyczna nie mogła odbyć się w tym roku nigdzie indziej, jak tylko w Atenach. Na zawodach w dniach 6–18 czerwca 2004 r. Polskę reprezentowała ekipa w składzie: Piotr Danilewski (V LO Kraków), Kamil Duszenko (XIV LO Wrocław), Andrzej Grzesik (V LO Kraków), Jakub Kallas (Gim. nr 24 Gdynia), Mateusz Michałek (V LO Kraków) i Michał Pilipczuk (XIV LO Warszawa) oraz przewodniczący delegacji dr Waldemar Pompe i jego zastępca mgr Adam Osękowski. **Michał Pilipczuk** i **Kamil Duszenko** zdobyli złote medale, **Mateusz Michałek** – srebrny, **Jakub Kallas** – brązowy, a **Piotr Danilewski** otrzymał wzmiankę zaszczytną. W nieoficjalnej klasyfikacji polegającej na zsumowaniu punktów uzyskanych przez zawodników z danego kraju pierwsze miejsce zajęły Chiny (220 punktów), a drugie USA (212 punktów). Polacy z wynikiem 142 punktów uplasowali się na 16. miejscu na 85 krajów. Więcej szczegółów na stronie www.imo2004.gr lub http://www.om.edu.pl (tu dostępne są zadania).

Niemal równolegle z olimpiadą rozegrane zostały w dniach 21–30 czerwca 2004 r. **XXVII Austriacko-Polskie Zawody Matematyczne**. Tym razem ich gospodarzem była strona polska. Odbyły się w Ośrodku Przygotowań Olimpijskich „Cetniewo" we Władysławowie. Drużyny z obu krajów liczyły po 6 zawodników. W skład ekipy polskiej weszli: Piotr Dittwald (XVI LO Warszawa), Piotr Findeisen (XVI LO Warszawa), Łukasz Garncarek (II LO Opole), Kamil Herba (XIII LO Szczecin), Tomasz Kulczyński (Gim. nr 50 Bydgoszcz), Hubert Orlik-Grzesik (V LO Kraków) oraz prof. Andrzej Fryszkowski jako przewodniczący delegacji polskiej i mgr Rafał Łochowski jako jego zastępca. W zawodach indywidualnych cztery pierwsze miejsca zajęli Polacy: **Hubert Orlik-Grzesik**, **Tomasz Kulczyński**, **Kamil Herba** i **Piotr Findeisen**. W zawodach drużynowych o włos zwyciężyli Austriacy, zdobywając tyle samo punktów, ale rozwiązując w pełni o jedno zadanie więcej. Szczegółowe wyniki i zadania dostępne są na stronie: http://www.om.edu.pl

O **Powszechnym Internetowym Konkursie dla Uczniów Szkół Średnich** organizowanym przez Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej pisaliśmy obszernie w MMM 2/2004. W finale tegorocznej edycji zwyciężyli: **Anna Choromańska** (II LO Warszawa, 100 pkt. na 100 możliwych!), **Marcin Małogrosz** (II LO Słupsk, 99 pkt.), **Tomasz Dziedzicki** (I LO Łomża, 94 pkt.). Tytuł laureata otrzymało 38 osób, które zdobyły co najmniej 50 pkt. Wyniki, zadania i zdjęcia z finału są dostępne na stronie http://www.konkurs.mini.pw.edu.pl.

Wyłowione z sieci (1)

Zagadki

www.zagadki.mamy.org/zagadki
Na tej stronie znajduje się forum dyskusyjne poświęcone łamigłówkom logicznym. Jego uczestnicy dzielą się różnego typu zadaniami. Można też podyskutować o ich rozwiązaniach z innymi pasjonatami.

Przykładowe zadanie: W pewnym roku trafiła się data dzienna, która w żadnym miesiącu nie wypadła w niedzielę. Jaka to data?

cd. s. 8

Międzynarodowy konkurs **Matematyka bez granic** (Mathématiquès sans frontieres) przedstawialiśmy w numerze MMM 1/2004. W tegorocznej edycji uczestniczyło 11 112 uczniów z 367 klas ze 166 szkół (69 gimnazjów, 97 liceów i techników). W finale konkursu 11 marca 2004 najlepsze wyniki w kraju uzyskały w kategorii gimnazjów (na maksimum 65 punktów) trzy klasy z Publicznego Gimnazjum nr 52 Ojców Pijarów w Krakowie: IIIc – 60 pkt, IIIa – 54 pkt. i IIIb – 53 pkt., a w kategorii szkół ponadgimnazjalnych (na maksimum 87 punktów): klasa Ic z I LO w Kielcach (81 pkt.), klasa Im z V LO w Zielonej Górze (76 pkt.), klasa Ig z V LO w Krakowie (75,5 pkt.) oraz klasa Ic z III LO we Wrocławiu (74,5 pkt.). Trzeba zauważyć, że w innych krajach UE startujące klasy zdobyły znacznie niższe liczby punktów. Szczegóły na stronie http://www.ptmso.mnet.pl/index.php3

W FIZYCE

W tym roku po raz pierwszy w ponad 50-letniej historii Polskiej Olimpiady Fizycznej jej finał wygrała dziewczyna – **Magdalena Gulewicz** z V LO w Warszawie (była to jedyna reprezentantka płci pięknej w 60-osobowym gronie finalistów). W nagrodę Madga wraz z męskimi laureatami polskiej olimpiady brała udział w dniach 15–23 czerwca 2004 r. w Pohang w Korei Południowej w **XXXV Międzynarodowej Olimpiadzie Fizycznej**. Polacy zdobyli na niej trzy złote medale. Byli to: **Krzysztof Choromański** (II LO Warszawa), **Piotr Migdał** (V LO Bielsko-Biała) i **Sleciech Czajka** (V LO Warszawa). Więcej informacji o olimpiadzie międzynarodowej znajduje się na stronie www.ipho2004.or.kr, a o krajowej – na stronie www.kgof.edu.pl

Finał krajowy **Turnieju Młodych Fizyków** odbył się 15 maja 2004 r. w Instytucie Fizyki Polskiej Akademii Nauk w Warszawie. Wystąpienia uczestników w języku angielskim oceniało jury złożone z pracowników naukowych instytutów fizyki PAN, Uniwersytetu Warszawskiego i Uniwersytetu Śląskiego, pod przewodnictwem prof. dr. hab. Macieja Kolwasa – prezesa Polskiego Towarzystwa Fizycznego. Pierwsze miejsce zajęła reprezentacja XIV LO w Warszawie, drugie – Grupa Twórcza „Quark" z Pałacu Młodzieży w Katowicach, trzecie – I LO z Legnicy, czwarte – ZS nr 1 z Lublińca. Zwycięska drużyna w składzie: Piotr Podziemski (kapitan), Paulina Jakubowska, Dariusz Wawer, Paweł Dębski i Maciej Lisicki wraz z opiekunem Stanisławem Lipińskim reprezentowała nas w dniach 24.06–1.07.2004 w Brisbane w Australii w finale **XVII Międzynarodowego Turnieju Młodych Fizyków**. Startowały w nim drużyny z 25 krajów. Polacy zajęli I miejsce. Więcej o tych zawodach napiszemy w jednym z kolejnych numerów MMM. Obok przedstawiamy przykładowe zadanie, z jakim zmagali się uczestnicy zawodów. Pozostałe z 17 finałowych zadań oraz wyniki można znaleźć na stronie: http://ptf.fuw.edu.pl/tmf.html

Didgeridoo jest prostym instrumentem dętym, tradycyjnie wykonywanym przez australijskich Aborygenów z wydrążonego kawałka drewna. Pomimo prostoty jest to instrument godny uwagi z powodu wielkiej różnorodności dźwięków, które w nim mogą powstawać. Zbadaj naturę tych dźwięków oraz sposób, w jaki się tworzą.

O **Konkursie Fizycznym „Lwiątko"** pisaliśmy szerzej w numerze MMM 1/2004, a na s. 33 w imieniu organizatorów zapraszamy do udziału w kolejnej jego edycji. W ubiegłym roku konkurs po raz pierwszy dostępny był dla wszystkich szkół. Zgłosiło się do niego ponad 15 000 uczniów z ponad siedmiuset szkół. Rekordowa szkoła zgłosiła 164 uczestników, lecz były i takie, które zgłosiły jednego. Ukraińscy organizatorzy ułożyli specjalne zadania w oparciu o polskie programy nauczania i podręczniki. Zawody w szkołach odbyły się 5 kwietnia 2004 r. Aż 1600 zawodników,

Wyłowione z sieci (2)

Zagadki logiczne

http://www.archimedes-lab.org/

Jest to rozbudowany serwis poświęcony zagadkom logicznym. Znaleźć tu można zadania geometryczne, opisy iluzji optycznych, testy pozwalające wykryć daltonizm lub inne wady w rozróżnianiu kolorów i encyklopedię liczb (*Numberpedia*). Można dowiedzieć się z niej np., że liczba 14 to m.in.

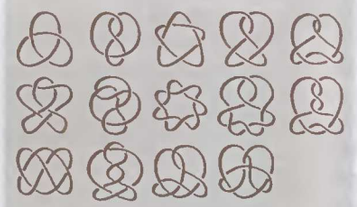
– liczba piramidalna (z 14 kul można złożyć ostrosłup kwadratowy);

– suma kolejnych liczb naturalnych (2+3+4+5), czyli różnica liczb trójkątnych;

– liczba ścian wielościanu archimedesowego (sześcioośmiościanu);

– najmniejsza liczba n o tej własności, że nie istnieje żadna liczba naturalna względnie pierwsza z n mniejszymi od siebie liczbami.

– liczba węzłów prostych o liczbie przecięć nie większej od 7.



– największa możliwa liczba kropek w jednym słowie (fińskie słowo Pääjääjää).

Przykładowe zadanie: Jak podzielić po równo miedzy dwóch przyjaciół idealnie okrągłą pizzę? Nie wiemy, gdzie znajduje się jej środek. Pizzy nie wolno zginać. Do dyspozycji mamy tylko kuchenny nóż i ekierkę. Jak to zrobić, jeśli pizza jest duża, a ekierka niewielka?

cd. s. 26

którzy otrzymali co najmniej 75 punktów, otrzymało dyplomy, w tym 1314 osobom przyznano honorowy tytuł „taona" (od 75 do 100 punktów), 258 osobom – tytuł „kaona" (od 100 do 125 punktów) i 28 osobom – tytuł „hiperona W" (powyżej 125 punktów). W czołówce znaleźli się: w kategorii 1–2 klasa gimnazjum – **Marcin Dohnalik**, Gim. nr 15 w Krakowie (145 pkt.), **Maciej Śmigielski** Gim. Akademickie w Toruniu (143,75 pkt.), **Konrad Sklorz** ZS Społecznych w Katowicach (136,25 pkt.); w kategorii 3 klasa gimnazjum – **Przemysław Makiewicz** ZSO nr 6 w Szczecinie (136,25 pkt.), **Paweł Duch** Gim. nr 2 w Bielawie (135 pkt.), **Marek Szczepańczyk** Gim. nr 1 w Suwałkach (124,75 pkt.); w kategorii I klasa liceum lub technikum – **Łukasz Dulny** ZSO nr 7 w Szczecinie (131,25 pkt.), **Mariusz Zabrocki** I LO w Białymstoku (131,25 pkt.), **Kornel Maczyński** V LO w Bielsku-Białej (130 pkt.); w kategorii II klasa liceum lub technikum – **Wojciech Rzępała** XXXIII LO w Warszawie (125 pkt.), **Paweł Zaborski** V LO w Krakowie (123,75 pkt.), **Piotr Migdał** V LO w Bielsku-Białej (117,5 pkt.); w kategorii IV i V klasa liceum lub technikum – **Jakub Kowalski** II LO w Raciborzu (119,25 pkt.), **Marek Giebułtowski** I LO w Bochni (104,50 pkt.), **Adrian Lewandowski** II LO we Włocławku (100,5 pkt.). Więcej szczegółów i zadania na stronie: http://slo.bednarska.edu.pl/lwiatko/

W INFORMATYCE

X Bałtycka Olimpiada Informatyczna odbyła się w dniach 21–24 kwietnia 2004 w Ventspils na Łotwie. W zawodach startowało 8 ekip z Danii, Estonii, Finlandii, Litwy, Łotwy, Niemiec, Norwegii i Polski. Sześcioosobowa reprezentacja Polski zdobyła cztery złote medale na pięć przyznanych (**Filip Wolski** – III LO Gdynia, **Szymon Acedański** – VIII LO Katowice, **Jakub Łącki** – III LO Gdynia i **Jakub Kallas** – Gim. nr 24 Gdynia) i dwa srebrne na 8 przyznanych (**Tomasz Kuras** – V LO Kraków i **Adam Radziwończyk-Syta** – LXVII LO Warszawa). Szczegóły na stronie http://www.boi2004.lv lub http://www.oi.edu.pl/

W dniach 12–18 lipca 2004 r. Polska była gospodarzem **XI Olimpiady Informatycznej Środkowej Europy**. Zawody odbyły się w Rzeszowie. Wzięło w nich udział 10 czteroosobowych zespołów z 8 krajów (Bośnia i Hercegowina, Chorwacja, Czechy, Niemcy, Polska, Rumunia, Słowacja i Węgry). Polskę reprezentowały 3 zespoły: drużyna gospodarzy – LO Wyższej Szkoły Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie oraz dwa zespoły składające się z laureatów Polskiej Olimpiady Informatycznej. Złote medale (z rozdanych 4) zdobyli **Filip Wolski** (III LO Gdynia) i **Bałtomiej Romański** (XIV LO Warszawa), a srebrny medal – **Jakub Łącki** (III LO Gdynia). Szczegóły na stronie http://www.oi.edu.pl/ceoi2004/

W dniach 11–18 września 2004 odbyła się w Atenach **XVI Międzynarodowa Olimpiada Informatyczna**. Uczestniczyło w niej 146 zawodników z 81 państw. Wszyscy czterej Polacy zdobyli medale: **Bartłomiej Romański** z XIV LO w Warszawie i **Filip Wolski** z III LO w Gdyni – złote, **Jakub Łącki** z III LO w Gdyni – srebrny i **Tomasz Kuras** z V LO w Krakowie – medal brązowy. Kolejna olimpiada odbędzie się w Polsce. Wiecej informacji, wyniki i zadania można znaleźć na stronie http://www.ioi2004.org

W **XXIX Mistrzostwach Świata w Programowaniu Zespołowym**, które odbyły się 31 marca 2004 r. w czeskiej Pradze, zwyciężyła ekipa studentów z Państwowego Uniwersytetu Technologii Informacyjnej, Mechaniki i Optyki w Sankt Petersburgu. Startowały 73 trzyosobowe drużyny z uczelni z całego świata. Najlepsza ekipa z Polski – reprezentacja Uniwersytetu Warszawskiego w składzie **Krzysztof Onak**, **Tomasz Malesiński** i **Paweł Parys**, która wygrała eliminacje centralnoeuropejskie, w finałach światowych zdobyła brązowy medal. Szczegóły na stronie http://icpc.baylor.edu

Pod koniec 1999 roku amerykańskie Towarzystwo Komputerowe Instytutu Inżynierii Elektrycznej i Elektronicznej (IEEE Computer Society) z Waszyngtonu zapoczątkowało doroczne **Międzynarodowe Konkursy Projektowania Systemów Komputerowych** (Computer Society International Design Competition – CSIDC). Za pośrednictwem Internetu zaproszenia do udziału w tej imprezie zostały rozesłane na cały świat. Konkurs przeznaczony jest dla studentów początkowych lat studiów informatycznych. Każda uczelnia może zgłosić jeden 3–5-osobowy zespół. W tym roku odbyła się piąta edycja konkursu. Zwyciężyli w niej, pokonując 250 zespołów z 28 krajów, studenci Politechniki Poznańskiej (uczelnia ta często odnosi sukcesy w CSIDC: w 2000 roku jej reprezentacja była trzecia, w 2001 r. – pierwsza, a w 2002 r. – druga). Zespół w składzie: **Wojciech Jaśkowski**, **Krzysztof Jędrzejek**, **Bartosz Nyczkowski**, **Stanisław Skowronek**, pod opieką dr. inż. **Jana Kniata** pierwszą nagrodę – 15 tysięcy dolarów – zdobył za urządzenie o nazwie ICU (Intelligent Communication Unit, skrót można też odczytać fonetycznie jako „I see you", czyli „widzę cię"). Ma ono nieść pomoc turystom w górach. Wykorzystując sieć telefonii komórkowej oraz system GPS, ICU kontaktuje się z bazą, informując o aktualnym położeniu turysty i o tym, co się z nim dzieje. Gdy np. turysta spada lub przewraca się, jego przyśpieszenie gwałtownie rośnie. Informacja taka trafia do operatora systemu, który kontaktuje się z turystą. Jeśli ten nie odpowie, że wszystko jest OK, wysłana zostanie specjalistyczna pomoc. Poza tym ICU wyświetla na ekranie wiele przydatnych turystom informacji, np. mapę terenu i aktualne położenie. Koszt urządzenia to około 180 dolarów. Rozdanie nagród miało miejsce 28 czerwca 2004 r. w Waszyngtonie. Oficjalna strona konkursu: http://www.computer.org/csidc/

W INNYCH DZIEDZINACH

9 stycznia 2004 r. w sali Rady Wydziału Biologii Uniwersytetu Warszawskiego odbyła się uroczystość zakończenia polskich eliminacji **Konkursu Prac Młodych Naukowców Unii Europejskiej** (więcej o konkursie pisaliśmy w MMM 1/2004). Jury przyznało pięć pierwszych nagród po 3 000 zł za prace:
Marka Cieślara, **Jacka Czyżewskiego** i **Jakuba Pietrzaka** z Łodzi pt. *Badanie zmienności dużych obszarów nieba północnego* (*), **Juliusza Jabłeckiego** z Wrocławia pt. *O gładkiej jednorodności ze względu na podzbiory gęste przeliczalne*, **Agaty Karskiej** z Inowrocławia pt. *Na tropie zmienności gwiazd. Fizyka zaćmieniowych*

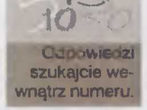
układów kontaktowych, **Marcela Kołodziejczyka** z Łodzi pt. *Waga szalkowa i uogólniony problem fałszywej monety* (*), **Artura Lewandowskiego** z Bydgoszczy pt. *Procesy uczenia się mrówek Formica rufa* (*),

dwie drugie nagrody po 1 500 zł za prace:
Aleksandry Ochal z Warszawy pt. *Wykorzystanie bakterii siarczanowych do oczyszczania ścieków* i **Anny Szlachcic** z Wrocławia pt. *Wpływ roślinnych regulatorów wzrostu na owocowanie pomidora*

i dwie trzecie nagrody po 1 000 zł za prace:
Pawła Banaszaka z Łuszkowa (woj. wielkopolskie) pt. *Awifauna lęgowa obniżenia Rowu Wyskoć w Parku Krajobrazowym im. gen. Chłapowskiego – stan obecny i trendy długoterminowe* i **Natalii Jarzębskiej** z Gdańska pt. *Wpływ deptania przez ludzi chodzących po plaży piaskowej na rozkład glonów Enteromorpha sp.*

Krajowy komitet konkursu wytypował trzy prace (oznaczone gwiazdką) do reprezentowania Polski na finałach europejskich w Dublinie w dniach 25–29 września 2004 r. Szczegóły na stronach www.fundusz.org i http://www.eucontestireland.com/

W dniach 12–27 lipca 2004 r. odbyła się w Kilonii (Niemcy) **XXXVI Międzynarodowa Olimpiada Chemiczna**. Brali w niej udział czterej reprezentanci Polski i wszyscy powrócili z medalami: ze złotymi **Filip Ulatowski** (XIV LO we Wrocławiu) i **Paweł Dydio** (I LO w Sanoku), ze srebrnym **Grzegorz Jamróz** (IV LO w Rzeszowie), z brązowym **Michał Zych** (II LO w Kielcach). W zmaganiach uczestniczyło 240 uczniów z 61 krajów, więcej szczegółów na stronie http://www.liceum.pl/olimpiady/chemiczna.php3

Sztafeta pokoleń,
czyli

Odpowiedzi szukajcie wewnątrz numeru.

Kłamstwo ma krótkie nogi

5. Na Wyspach Bergamutach każdy jest albo rycerzem, albo łotrem. Rycerze zawsze mówią prawdę, a łotrzy zawsze kłamią. Dwóch wyspiarzy mówi:
Anatol: *Bonifacy jest łotrem.*
Bonifacy: *Anatol i Celestyn są osobnikami tego samego typu.*
Kim jest Celestyn?

10. Na rozstaju dróg stoją dwaj bliźniacy. Jeden z nich zawsze kłamie, a drugi zawsze mówi prawdę. Tylko jedna z dróg prowadzi do miasta. Jak, zadając tylko jedno pytanie jednemu z braci, dowiedzieć się, która?

15. Z dwóch braci bliźniaków jeden ma na imię Joachim. Poza tym jeden z nich zawsze kłamie, a drugi zawsze mówi prawdę. Jak, zadając tylko jedno pytanie jednemu z braci, dowiedzieć się, który z nich to Joachim?

20. Na targu rybnym stało trzech staruszków z trzema rozumnymi papugami. Za opłatą papugi odpowiadają na zadawane im pytania, ale mówią tylko „tak" albo „nie". Stali bywalcy targu wiedzą, że jedna z papug mówi prawdę za każdą cenę, druga niezależnie od opłaty kłamie, a trzecia odpowiada w zależności od wysokości opłaty i swojego nastroju. Jak, zadając każdej papudze jedno (to samo) pytanie, uzyskać informację, która później pozwoli dowiedzieć się od jednej z papug, jaki jest dzień tygodnia?

Daj, o Pani, o boska Mnemozyno, ...

W numerze 2/2004 opisaliśmy m.in. sposób łatwego zapamiętania kolejnych cyfr rozwinięcia liczby π. Ogłosiliśmy też konkurs na najciekawsze chwyty mnemotechniczne, ułatwiające opanowanie wiedzy, którą trzeba po prostu zapamiętać. W numerze 3/2004 prezentowaliśmy kilka spośród nadesłanych propozycji, a teraz przyszedł czas na podsumowanie i rozstrzygnięcie konkursu.

Podobno każdy człowiek ma dobrą pamięć, tylko nie każdy zna odpowiednie sposoby, aby z niej korzystać. Oczywiście niektórzy wykazują w tym względzie zdolności znacznie większe od innych, o czym świadczyło wiele nadesłanych do redakcji listów. Istnieją jednak techniki, aby człowiek obdarzony tzw. słabą pamięcią zapamiętywał wszystko, co chce, szybko, dokładnie i na długo! Takie fachowe terminy, jak *łańcuchowa metoda skojarzeń* czy *zakładkowa metoda pamięci* weszły na stałe do kanonu psychologii.

Rzuciłam moim uczniom wyzwanie: kto zapamięta najwięcej cyfr rozwinięcia dziesiętnego liczby π? Wspomniałam też o znanych chwytach mnemotechnicznych. Podejrzewałam, że metodą na zapamiętanie cyfr będzie ułożenie jakiegoś wierszyka. Jakież było moje zdziwienie, gdy jedna z uczennic – Marta Kropska – wyrecytowała... 270 kolejnych cyfr (teraz zna już 330)! Wbrew moim przypuszczeniom Marta nie posługiwała się żadnym wierszykiem. Zapytana, jak jej się to udaje, nie potrafiła odpowiedzieć. Myślę, że rozwiązaniem zagadki jest jej doskonała pamięć wzrokowa. Podając Marcie cyfry liczby π połączyłam je w grupy po 6 i w rzędy po 5 grup w każdym. Recytując cyfry π, Marta czasem mówi do siebie np.: „To jest 7. rząd, 3. grupa.".

Karola K. z Budzisławia Kościelnego

Problemy łatwego zapamiętywania są nie tylko przedmiotem dociekań naukowych, ale i tzw. wiedzy ludowej. Wiele pomysłów krąży przekazywanych z pokolenia na pokolenie, inne tworzone są na potrzeby konkretnej klasówki. Poniżej przedstawiamy najciekawsze przesłane nam propozycje. Redakcji najbardziej spodobał się wierszyk Jakuba z Wrocławia pozwalający łatwo zapamiętać, jak wygląda stalaKtyt, a jak stalaGmit. Niestety był niezbyt... cenzuralny. Inne propozycje z podobnym mankamentem lub po prostu zbyt długie zamieścimy na stronie internetowej.

Nagrody – niespodzianki otrzymują:
Krzysztof Czart z Torunia, Marta Kropska z Budzisławia Kościelnego, Jakub Mikołajczyk z Wrocławia, Katarzyna Piwowar z Wrocławia.

W mitologii greckiej **Mnemozyna** to bogini pamięci, znająca przeszłość, teraźniejszość i przyszłość. To ona dała ludziom zdolność zapamiętywania. **Mnemotechnika** to sztuka zapamiętywania pewnych informacji w sposób mechaniczny (gr. *mnéme* – pamięć, *téchne* – sztuka). Polega na układaniu materiału w specyficzny sposób według systemu skojarzeń. Nadaje się szczególnie do zapamiętywania rzeczy niepowiązanych ze sobą nawzajem. Mnemotechnika była popularna już w starożytności, kiedy to stanowiła jedną z pięciu gałęzi retoryki. Cyceron przypisuje jej stworzenie Symonidesowi z Keos, który na zasadzie skojarzeń („metoda rzymskiego pokoju") pomógł w rozpoznaniu wszystkich ofiar zawalenia się sufitu podczas pewnej uczty, z której przed chwilą wyszedł.

Zadania dla Czytelników

Odpowiedzi na pytania postawione w artykule można przesyłać do końca grudnia.

Kolory tęczy

Kolejność kolorów tęczy pozwoli zapamiętać zdanie ***Czemu Patrzysz, Żabko Zielona, Na Głupiego Fanfarona?*** Pierwsza litera każdego słowa jest taka, jak odpowiedniego koloru (**c**zerwony, **p**omarańczowy, **ż**ółty, **z**ielony, **n**iebieski, **g**ranatowy, **f**ioletowy). **Ale jak zapamiętać, który kolor jest najbardziej zewnętrzny? Dlaczego kolejność jest właśnie taka?**

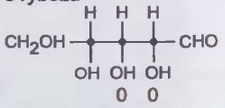
Razy dziewięć

Aby poznać wynik mnożenia liczby jednocyfrowej przez 9, np. $4 \cdot 9$, wyciągamy obie dłonie przed siebie i zginamy czwarty palec dłoni lewej. Liczba palców przed zgięciem to cyfra dziesiątek w wyniku, a za zgiętym palcem – jedności. **Czy to naprawdę działa? Dlaczego?**

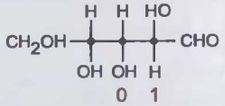
Tabliczka mnożenia powyżej 5

Zaciskamy dłonie w pięści. Lewa pięść odpowiada pierwszej liczbie, a prawa – drugiej. Następnie w każdej ręce prostujemy $n-5$ palców, np. przy mnożeniu $6 \cdot 7$ prostujemy 1 palec dłoni lewej i 2 palce prawej. Liczba wszystkich wyprostowanych palców to cyfra dziesiątek wyniku. Otrzymujemy więc 30. Potem mnożymy liczby palców zgiętych ($4 \cdot 3 = 12$) i dodajemy do poprzedniego rezultatu ($30 + 12 = 42$). **Sprawdź, czy to działa, i wyjaśnij, dlaczego. Czy zawsze się opłaca?**

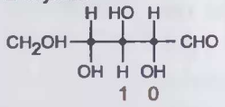
0 ryboza



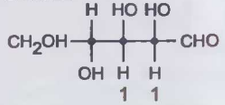
1 arabinoza



2 ksyloza



3 likoza



W kosmosie

Zapamiętanie kolejności planet Układu Słonecznego ułatwi nam takie zdanie: ***Może Wierszyk Znam Marny Jednak Sklecę Układ Nasz Planetarny***. Planety to: **M**erkury, **W**enus, **Z**iemia, **M**ars, **J**owisz, **S**aturn, **U**ran, **N**eptun, **P**luton. **Ale jak zapamiętać, która z planet jest największa, która ma pierścienie, a która wiruje w kierunku przeciwnym niż pozostałe?**

Cukry proste

Nazwy kolejnych aldopentoz (to rodzaj cukrów prostych o wzorze $CH_2OH-(CHOH)_3-CHO$, zawierają one 5 atomów węgla, a grupy OH i atomy H przy wewnętrznych węglach leżą po jednym z obu ich stron) pozwoli zapamiętać zdanie: ***Ryby Arabski Książę Łyka***. Zmienny układ grup OH i atomów H koduje zapis kolejnych liczb w systemie dwójkowym (OH = 0, H = 1). **Czy możliwe są inne aldopentozy?**

Kłopoty z matematyką

W matematyce jest również wiele trudnych do zapamiętania terminów i metod. **Jak zapamiętać który to sinus, a który kosinus? Która oś to rzędna, a która odcięta? Jak się mnoży macierze – „wiersz razy kolumna", czy na odwrót?**

W czym jeszcze może pomóc mnemotechnika?

Osobom słabym z ortografii polecamy stronę http://www.republika.pl/andrzejt/plik/mnemo.html, tym, którym nie idzie nauka języków obcych – strony http://www.codn.edu.pl/struktura/pjo/jows/pdf/2003_05.pdf i http://www.peyo.digimer.pl/html/index2.html, a chcącym dowiedzieć się, jak zapamiętać konfiguracje elektronowe pierwiastków, reguły izomerii i gęstość poszczególnych stężeń kwasu solnego – stronę http://www.chemorganiczna.com/mnemotechnika/

Etiudy geometryczne

Zagubiony w lesie

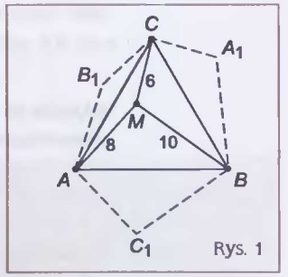
Spośród zadań ubiegłorocznego finału mistrzostw w GMiL w Paryżu (MMM 4/2003) jedno wzbudziło spore zainteresowanie Czytelników. Było to zadanie o Mateuszu zagubionym w lesie. Jego zgrabne rozwiązanie podał w artykule „Wirujące trójkąty" ówczesny zwycięzca finału w kategorii C2, Michał Pilipczuk (MMM 1/2004). Poniżej przypominamy treść zadania i przedstawiamy kolejne pomysły na jego rozwiązanie.

Zadanie. Mateusz zabłądził w lesie, który ma kształt trójkąta równobocznego. Nie zna jego wymiarów, ale ustalił, że znajduje się o 6 km od jednego z wierzchołków, o 8 km od drugiego i o 10 km od trzeciego. Jaka jest powierzchnia lasu?

Rozwiązanie 1

(zamiast obrotów stosujemy symetrie)

Trójkąty MAB, MAC i MBC odbijamy symetrycznie odpowiednio względem boków: AB, AC i BC (rys. 1). Otrzymujemy sześciokąt $AC_1BA_1CB_1$ o polu dwa razy większym od pola trójkąta ABC. Prowadząc odcinki A_1B_1, B_1C_1 i A_1C_1 dzielimy sześciokąt na cztery trójkąty. Trzy z nich są równoramienne, o ramionach długości odpowiednio 6, 8 i 10 km (rys. 2). Kąty wewnętrzne sześciokąta przy wierzchołkach A, B i C są dwa razy większe od kątów trójkąta (dlaczego?), więc mają po 120°. Zatem pola równoramiennych trójkątów wynoszą:

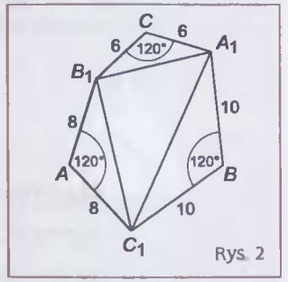


Rys. 1

$$P_{A_1B_1C} = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \sin 120^\circ = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3},$$

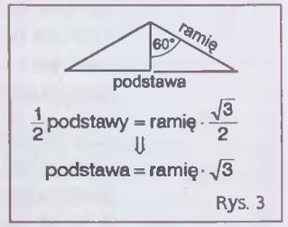
$$P_{B_1C_1A} = \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot \sin 120^\circ = 32 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3},$$

$$P_{C_1A_1B} = \frac{1}{2} \cdot 10^2 \cdot \sin 120^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}.$$



Rys. 2

Pozostaje do obliczenia pole trójkąta $A_1B_1C_1$. Długość każdego z jego boków jest $\sqrt{3}$ razy większa od długości ramienia trójkąta, którego ten bok jest podstawą (rys. 3). Zatem boki trójkąta $A_1B_1C_1$ mają długości: $6\sqrt{3}$, $8\sqrt{3}$, $10\sqrt{3}$. Widać, że trójkąt $A_1B_1C_1$ jest podobny do trójkąta pitagorejskiego o bokach 6, 8, 10 (lub 3, 4, 5), jest więc prostokątny, a kąt prosty tworzą boki A_1B_1 i B_1C_1. Zatem $P_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3} = 72$. Sumując pola czterech trójkątów, otrzymujemy pole sześciokąta, a jego połowa jest polem trójkąta ABC, więc $P_{ABC} = \frac{1}{2}(50\sqrt{3} + 72) = 25\sqrt{3} + 36$.



Rys. 3

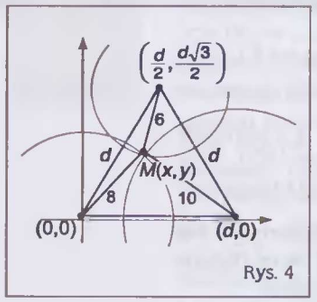
Barbara Lichowska, Nowy Sącz

Rozwiązanie 2

(wykorzystujemy geometrię analityczną)

Trójkąt ABC umieszczamy w układzie współrzędnych jak na rys. 4 i obliczamy długość jego boku d za pomocą układu równań okręgów o promieniach 6, 8 i 10 i środkach w wierzchołkach trójkąta. Mamy wtedy

$$\begin{cases} 64 = x^2 + y^2 \\ 100 = (x-d)^2 + y^2 \\ 36 = \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{d\sqrt{3}}{2}\right)^2. \end{cases}$$



Rys. 4

Od drugiego równania odejmujemy stronami pierwsze i trzecie:

$$\begin{cases} 36 = d^2 - 2dx \\ 64 = d(y\sqrt{3} - x), \end{cases}$$

a z otrzymanych równań wyznaczamy x i y:

$$\begin{cases} x = \frac{d^2 - 36}{2d} \\ y = \frac{d^2 + 92}{6d}\sqrt{3}. \end{cases}$$

Wyrażenia te wstawiamy do pierwszego równania. Otrzymujemy równanie z jedną niewiadomą d:

$$64 = \left(\frac{d^2 - 36}{2d}\right)^2 + \left(\frac{d^2 + 92}{6d}\sqrt{3}\right)^2,$$

prowadzące do równania dwukwadratowego: $d^4 - 200d^2 + 3088 = 0$. Podstawiając $d^2 = f$ i rozwiązując równanie kwadratowe, otrzymamy $f = d^2 = 100 + 48\sqrt{3}$. Szukane pole trójkąta wynosi więc

$$P_{ABC} = \frac{d^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(100 + 48\sqrt{3})\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3} + 36.$$

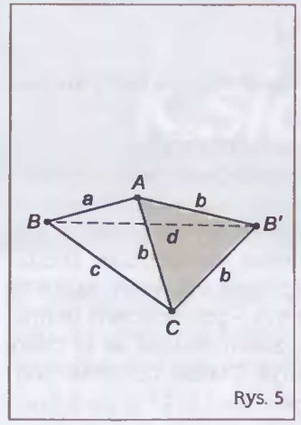
Antoni Szendera, Katowice

Rozwiązanie 3

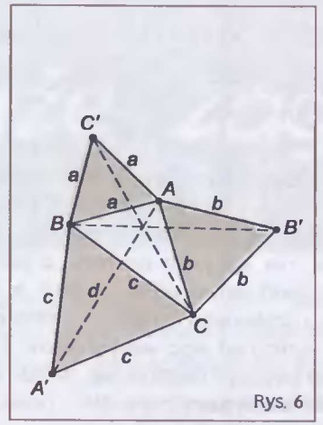
(konstrukcyjne)

Dla danych odległości a, b, c konstruujemy trójkąt o takich długościach boków. Na jednym z tych boków jako na podstawie budujemy na zewnątrz wyjściowego trójkąta trójkąt równoboczny (rys. 5). Odległość jego wierzchołka leżącego na zewnątrz wyjściowego trójkąta od przeciwległego wierzchołka tego trójkąta jest długością d boku szukanego trójkąta równobocznego. Dlaczego tak jest?

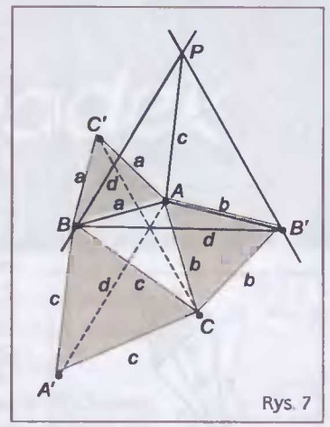
Dobudujmy trójkąty równoboczne na każdym z boków trójkąta i połączmy ich wierzchołki leżące na zewnątrz wyjściowego trójkąta z przeciwległymi wierzchołkami tego trójkąta (rys. 6). Przy okazji przypomnijmy, że tak poprowadzone odcinki są równe i przecinają się w jednym punkcie zwanym punktem Torricellego, czyli



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

punkcie o najmniejszej sumie odległości od wierzchołków trójkąta (pisaliśmy o tym w MMM 2/2004). Przez punkt B prowadzimy teraz prostą równoległą do AA', a przez punkt B' – równoległą do CC' (rys. 7). W przecięciu tych prostych otrzymujemy punkt P. Trójkąt PBB' jest równoboczny (dlaczego?), a punkt A jest odległy od jego wierzchołków odpowiednio o a, b i c. Zatem długość odcinka BB' jest szukaną w zadaniu wielkością.

MM

Rozwiązanie 4

(wykorzystujemy chytry wzór)

Rozwiązanie to anonsowaliśmy już w numerze 2/2004. Korzystamy w nim ze wzoru

$$3(a^4 + b^4 + c^4 + d^4) = (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2,$$

w którym a, b, c to odległości pewnego punktu leżącego wewnątrz trójkąta równobocznego od jego wierzchołków (a nie, jak błędnie podaliśmy poprzednio, od boków), a d jest długością boku trójkąta.

Podstawiając dane z zadania otrzymujemy:

$$3(15392 + d^4) = (200 + d^2)^2,$$

co prowadzi do równania dwukwadratowego

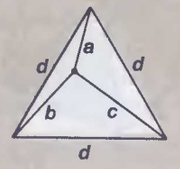
$$d^4 - 200d^2 + 3088 = 0,$$

które otrzymaliśmy już w rozwiązaniu drugim.

Co ciekawe, zastosowany wzór jest symetryczny – szukana długość boku jest algebraicznie nieodróżnialna od danych odległości. Fakt ten ma ciekawe konsekwencje geometryczne związane z pewnym sześciokątnym parkietażem płaszczyzny.

Piotr Kumor, Olsztyn

Wykorzystany w rozwiązaniu 4 wzór można otrzymać np. przyrównując pole trójkąta równobocznego do sumy pól trzech trójkątów składowych, zapisując każde z nich ze wzoru Herona.

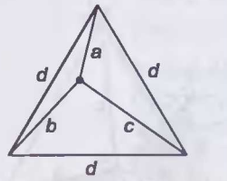


Wzór Herona na pole dowolnego trójkąta o bokach x, y, z:

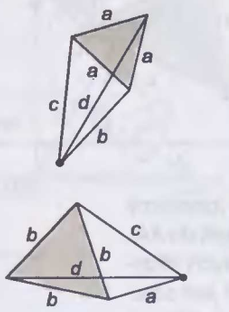
$$P = \sqrt{s(s-x)(s-y)(s-z)},$$

gdzie s jest połową obwodu trójkąta.

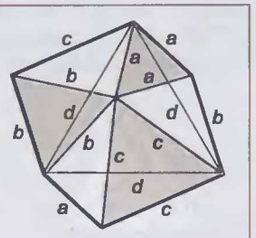
Otrzymane w ten sposób równanie można po długich i żmudnych rachunkach przekształcić do żądanej postaci.



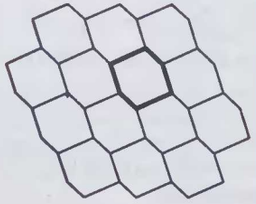
Rys. 8



Rys. 9



Rys. 10


Rys. 11

Od wzoru do parkietu

Mimo algebraicznej symetrii wzoru, jeśli dane są cztery liczby spełniające równanie

$$3(a^4+b^4+c^4+d^4) = (a^2+b^2+c^2+d^2)^2$$

łatwo zorientować się, która oznacza długość boku trójkąta równobocznego – jest to największa z tych liczb. Ale jeśli zrezygnujemy z założenia, że punkt o zadanych odległościach leży wewnątrz trójkąta, nie wiadomo od razu, o jaki trójkąt równoboczny chodzi. Z symetrii wzoru każda z liczb a, b, c i d może być wtedy długością boku szukanego trójkąta, a pozostałe trzy – odległościami pewnego punktu od jego wierzchołków. Czy zatem możliwe są aż cztery takie trójkąty? Okazuje się, że tak. Na rys. 9 widać pozostałe przypadki dla sytuacji z rys. 8.

A co dzieje się, jeśli niektóre z liczb a, b, c i d są równe (np. $a=b<c=d$)? Rozpatrzenie wszystkich takich możliwości pozostawiamy Czytelnikom.

Zauważmy, że każdy czworokąt z rys. 9 powstał przez sklejenie bokami pewnych dwóch trójkątów z rys. 8. Czy te czworokąty można dalej sklejać w większą figurę? Ze wszystkich trzech łatwo otrzymać sześciokąt jak na rys. 10 (jest tu także widoczny trójkąt z rys. 8). Jest to ten sam sześciokąt, który pojawił się w rozwiązaniu z numeru 1/2004 wykorzystującym obroty trójkątów.

Ponieważ boki sześciokątów pasują do siebie, możemy kontynuować takie doklejanie. W efekcie dostaniemy parkietaż płaszczyzny niefo-remnymi sześciokątami (rys. 11).

MM

LITERATURA

J. Browkin, *Zadania z olimpiad matematycznych*, tom 6, WSiP, Warszawa 1980.
D. Wells, *I ty zostaniesz matematykiem*, Zysk i S-ka, Poznań 2000.
D. i M. Zakrzewscy, *Jak rozwiązywać zadania. Geometria*, Quadrivium, Wrocław 1995.

A teraz spróbuj sam...

Zadanie o Mateuszu zagubionym w lesie rozwiązaliśmy pierwotnie (MMM 1/2004) tzw. metodą wirujących trójkątów, wykorzystaliśmy ją również do znalezienia punktu Torricellego w trójkącie (MMM 2/2004). A oto jeszcze jedno zadanie, które można bardzo elegancko rozwiązać metodą wirujących trójkątów:

Dwa boki trójkąta mają długości 2 i 4, a środkowa poprowadzona z ich wspólnego wierzchołka ma długość $\sqrt{3}$. Znajdź pole tego trójkąta.

Typowe rozwiązanie tego zadania korzysta z twierdzenia kosinusów lub sinusów, jednak metoda wirujących trójkątów pozwala rozwiązać je całkowicie elementarnie i to bez rachunków.

Odpowiedzi szukajcie wewnątrz numeru.

Z matematycznego lamusa

Książę zagadek

W artykule przedstawiamy sylwetkę Raymonda Smullyana – znanego matematyka, profesora filozofii na Uniwersytecie Indiana, emerytowanego profesora City University of New York oraz... najsłynniejszego współczesnego twórcy łamigłówek.

Urodził się w 1919 r. na Long Island w Nowym Jorku, na osiedlu Far Rockaway, gdzie kilka miesięcy wcześniej przyszedł na świat Richard Feynman, jeden z najwybitniejszych fizyków XX w. Jako młody chłopiec uwielbiał nauki ścisłe i był niezwykle utalentowany muzycznie. Wróżono mu karierę muzyczną. W wieku 12 lat wygrał nawet prestiżowy konkurs pianistyczny. Jednak naprawdę interesowało go coś innego. Przez wiele lat zmieniał szkoły i uczelnie, rozczarowany, że nie potrafią go tam porządnie nauczyć matematyki. W końcu przerwał edukację i został... magikiem w klubie nocnym. Pasjonował się także astronomią. Prowadził obserwacje nieba za pomocą teleskopu własnej budowy z 6-calową soczewką. Kiedy brakowało mu pieniędzy, podejmował się przeróżnych zajęć, był m.in. sprzedawcą odkurzaczy.

Matematyka stale go jednak pociągała i ostatecznie do niej wrócił. W wieku 36 lat dokończył studia na uniwersytecie w Chicago i zaczął wykładać na uniwersytecie w New Hampshire. Cztery lata później obronił pracę doktorską na jednej z najbardziej prestiżowych uczelni w USA – Princeton University. Publikował w poważnych pismach matematycznych i logicznych, pisał prace filozoficzne i zbiory aforyzmów. Dziś Smullyan cieszy się na całym świecie przede wszystkim sławą najwybitniejszego twórcy zagadek, paradoksów logicznych i problemów szachowych.

Na pierwszy ogień poszły problemy szachowe. Zazwyczaj trzeba było w nich przewidywać, jaki będzie dalszy ciąg danej rozgrywki. Smullyan wprowadził tzw. „odwrotne" zagadki szachowe, w których należy odgadnąć, co stało się na planszy wcześniej. Najciekawsze problemy zebrał w książce *Zagadki szachowe Sherlocka Holmesa*.

Wymyślanie łamigłówek stało się prawdziwą pasją Smullyana. Widział je wszędzie, stale opowiadał i układał na poczekaniu na każdy temat. Pasja ta drzemała w nim od dziecka, chociaż zajął się nią „poważnie" dopiero po ukończeniu 50 lat. Podobno nieświadomie zaszczepił mu ją w dzieciństwie brat, który kiedyś na prima aprilis obiecał, że tak go nabierze, iż ten nie zapomni tego do końca życia. Mały Raymond wytężał uwagę i czekał czujnie przez cały dzień, ale nie doczekał się w tym dniu żadnego kawału. Dopiero później zrozumiał, że właśnie w ten sposób brat go nabrał.

Najciekawsze zagadki zebrał Smullyan w książkach, z których najbardziej znane to: *Jaki jest tytuł tej książki?*, *Dama czy tygrys?*, *Alicja w krainie łamigłówek* oraz *Szatan, Cantor i nieskończoność*. Swoją formą bardziej przypominają one intrygujące powieści

niż zbiory zadań. Głównym bohaterem jest w nich najczęściej inspektor Craig, który podróżuje po niezwykłych krainach i rozmawia z ich mieszkańcami, odkrywając ich tajemnice.

O książce Smullyana *Jaki jest tytuł tej książki?* Martin Gardner napisał w „Scientific American": „Najbardziej oryginalny, ekscytujący i zabawny zbiór problemów z zakresu matematyki rekreacyjnej jaki kiedykolwiek powstał."

Zagadki Smullyana zainspirowały wielu innych twórców, którzy się na nich wzorowali. Na pewno są dobrze znane wszystkim miłośnikom matematyki, choć nie zawsze wiemy, kto był ich autorem. Poniżej prezentujemy wybór najbardziej znanych zagadek Smullyana o różnym stopniu trudności. Inne znajdziecie jeszcze w wielu miejscach w tym numerze.

Zadania dla Czytelników

Na rozwiązania zadań czekamy do końca grudnia.

Alicja w Lesie Zapomnienia

Gdy Alicja weszła do Lasu Zapomnienia, nie zapomniała wszystkiego, tylko niektórych rzeczy. Najczęściej zdarzało jej się zapomnieć, jaki jest dzień tygodnia. W lesie często pojawiali się Lew i Jednorożec. Są to dziwne stworzenia. Lew kłamie w poniedziałki, wtorki i środy, a w pozostałe dni tygodnia mówi prawdę. Jednorożec natomiast kłamie w czwartki, piątki i soboty, lecz w pozostałe dni tygodnia mówi prawdę.

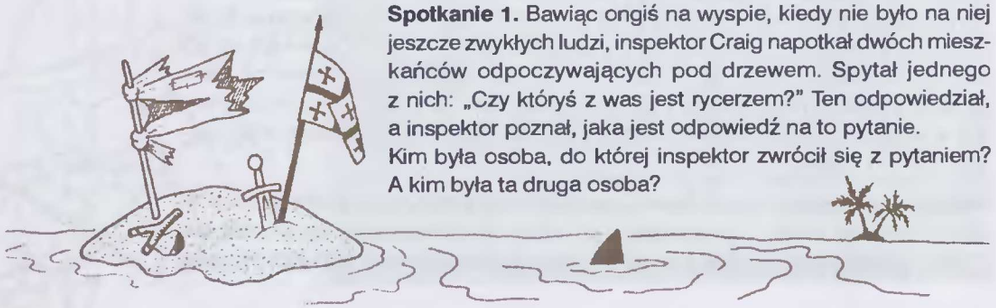
Przygoda 1. Pewnego dnia Alicja spotkała Lwa i Jednorożca odpoczywających pod drzewem. Wygłosili oni następujące zdania.
Lew: *Wczoraj był jeden z dni, w które kłamię.*
Jednorożec: *Wczoraj był jeden z dni, w które kłamię.*
Z tych dwóch zdań Alicja potrafiła wydedukować, jaki był dzień tygodnia. A Ty potrafisz?

Przygoda 2. W jakie dni tygodnia Lew może wygłosić następujące zdania:
(1) „Wczoraj kłamałem."
(2) „Jutro znów będę kłamał."

Przygoda 3. W jakie dni tygodnia Lew może wygłosić następujące zdanie: „Wczoraj kłamałem i jutro znów będę kłamał."?

Wyspa rycerzy i łotrów

Na wyspie każdy mieszkaniec jest albo rycerzem, albo łotrem. Rycerze zawsze mówią prawdę, a łotrzy kłamią. Od czasu do czasu na wyspie pojawiają się też zwykli ludzie, którzy niekiedy mówią prawdę, a niekiedy kłamią.



Spotkanie 1. Bawiąc ongiś na wyspie, kiedy nie było na niej jeszcze zwykłych ludzi, inspektor Craig napotkał dwóch mieszkańców odpoczywających pod drzewem. Spytał jednego z nich: „Czy któryś z was jest rycerzem?" Ten odpowiedział, a inspektor poznał, jaka jest odpowiedź na to pytanie.
Kim była osoba, do której inspektor zwrócił się z pytaniem? A kim była ta druga osoba?

Spotkanie 2. Inspektor Craig spotkał trzech osobników – A, B i C – z których jeden jest rycerzem, jeden łotrem, a jeden zwykłym człowiekiem. Wygłosili oni następujące zdania:
A: *Jestem zwykłym człowiekiem.*
B: *To prawda.*
C: *Nie jestem zwykłym człowiekiem.*
Kim byli A, B i C?

Damy i tygrysy

Pewien król postanowił wypróbować swoich więźniów. Mogli wybierać między pokojami, w których mogły być damy albo tygrysy. Nie chcąc zdawać się na przypadek, król postanowił, że za każdym razem umieści na drzwiach napisy i ujawni więźniowi pewne fakty dotyczące tych napisów. Wtedy więzień potrafiący logicznie myśleć będzie mógł nie tylko ocalić życie, ale też zdobyć piękną narzeczoną.

Próba 1. Król wskazał na napisy na drzwiach dwóch pokojów:
Czy napisy mówią prawdę? – spytał więzień.
Jeden z nich jest prawdziwy, lecz drugi fałszywy – odparł król.
Które drzwi powinien otworzyć więzień?

Próba 2. Król wyjaśnił, że tym razem obowiązują inne zasady: jeśli w pokoju z numerem I jest dama, to napis na drzwiach jest prawdziwy, zaś jeśli jest w nim tygrys, to napis jest fałszywy. W pokoju z numerem II przeciwnie: jeśli jest w nim dama, to napis jest fałszywy, a jeśli tygrys, to prawdziwy.
Które drzwi powinien otworzyć więzień tym razem?

Próba 3. W tej próbie w jednym z trzech pokojów znajduje się dama, w drugim tygrys, a trzeci jest pusty. Napis na drzwiach pokoju z damą jest prawdziwy, napis na drzwiach pokoju z tygrysem – fałszywy, a napis na drzwiach pokoju pustego może być prawdziwy albo fałszywy.
Który pokój powinien wybrać więzień, aby móc poślubić damę?

Wyprawa do Transylwanii

Transylwanię zamieszkują wampiry, które zawsze kłamią, oraz ludzie, którzy zawsze mówią prawdę. Ale połowa mieszkańców jest obłąkana i żywi całkowicie złudne przeświadczenia – zdania prawdziwe uznają za fałszywe, a zdania fałszywe za prawdziwe. To znaczy, że zdrowi ludzie i obłąkane wampiry wygłaszają wyłącznie zdania prawdziwe, natomiast obłąkani ludzie i zdrowe wampiry wygłaszają jedynie zdania fałszywe.

Przypadek 1. Anna i Maria Macabrescu to siostry, z których jedna jest człowiekiem, a druga wampirem. Inspektor Craig musi określić, która jest wampirem, nie wiedział jednak nic o ich zdrowiu. Oto przebieg rozmowy:
Craig, zwracając się do Anny: *Powiedz mi coś o sobie.*
Anna: *Obie jesteśmy obłąkane.*
Craig, zwracając się do Marii: *Czy to prawda?*
Maria: *Oczywiście, że nie!*
Na podstawie tych odpowiedzi Craig był w stanie wskazać, która z sióstr jest wampirem. Która?

Przypadek 2. Karol i Marta Drakula to bliźnięta, o których wiadomo, że jedno jest człowiekiem, a drugie wampirem oraz że jedno jest zdrowe, a drugie obłąkane. Craig miał ustalić, kto jest kim. Usłyszał takie wypowiedzi:
Karol: *Moja siostra jest wampirem.*
Marta: *Mój brat jest obłąkany.*
Które z nich jest wampirem? A które jest obłąkane?

Przypadek 3. Jerzy i Gloria Gurescu są małżeństwem. W Transylwanii prawo nie zezwala na małżeństwa mieszane, więc oboje są albo wampirami, albo ludźmi.
Craig: *Powiedzcie mi coś o sobie.*
Gloria: *Wszystko, co mówi mój mąż, jest prawdziwe.*
Jerzy: *Moja żona jest obłąkana.*
Choć uwaga męża nie wydała się Craigowi nadto elegancka, to te dwie odpowiedzi wystarczyły mu do wyjaśnienia sytuacji. Czy jest to para ludzi, czy wampirów?

Wyspa pytaczy

Wyspa ta, leżąca pośrodku Oceanu Niespokojnego, wzięła swoją nazwę stąd, że jej mieszkańcy nigdy nie wygłaszają twierdzeń, tylko pytają. Zadają tylko pytania, i to takie, na które można odpowiedzieć TAK lub NIE. Wśród mieszkańców wyróżnia się dwa typy: A – zadają tylko pytania, na które trzeba odpowiedzieć TAK, żeby odpowiedzieć właściwie; B – zadają wyłącznie pytania, na które trzeba odpowiedzieć NIE, by odpowiedzieć właściwie.

Zagadka 1. Spotykamy tubylca, który pyta: *Czy ja należę do typu B?* Co można o nim wywnioskować?

Zagadka 2. Spotykamy tubylca, który pyta: *Czy należę do takiego typu, że mogę zadać pytanie, które teraz zadaję?* Czy można coś o nim wywnioskować?

LITERATURA

R. Smullyan, *Zagadki szachowe Sherlocka Holmesa*, Książka i Wiedza, Warszawa 1999.
R. Smullyan, *Jaki jest tytuł tej książki?*, Książka i Wiedza, Warszawa 2004.
R. Smullyan, *Dama czy tygrys. Zagadki logiczne*, Książka i Wiedza, Warszawa 2003.
R. Smullyan, Szatan, *Cantor i nieskończoność oraz inne łamigłówki*, Książka i Wiedza, Warszawa 1998.
J. Szczap, *Szaleństwa pana Smullyana*, „Wiedza i Życie", styczeń 2004.
N. D. Willis, *Zagadki logiczne*, Klub dla Ciebie, Warszawa 2004.
oraz http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/Mathematicians/Smullyan.html

Justyna Chądzyńska, Warszawa

Zagadka Alberta

Znane, a nawet niezwykle popularne, są zagadki logiczne polegające na powiązaniu ze sobą różnych cech, osób lub przedmiotów dzięki kilku prostym wskazówkom. Pionierem tych dedukcyjnych łamigłówek był Charles Lutwidge Dodgson, znany lepiej pod literackim pseudonimem Lewisa Carrolla, autor m.in.: „Przygód Alicji w krainie czarów" i „Gier logiki symbolicznej".

Dziś zagadki takie drukują często codzienne gazety, a w USA weszły nawet do kanonu szkolnej edukacji i stanowią osobny dział w programie nauczania matematyki. Stały się tak popularne, że wydawane są książki zawierające wyłącznie łamigłówki tego typu wraz ze specjalnymi tabelkami ułatwiającymi zaznaczenie powiązań i niemal mechaniczne odnalezienie rozwiązania. W zależności od stopnia skomplikowania zadania tabelki mogą wyglądać jak szachownice, czasem ich pola wygodnie jest podzielić na dodatkowe części, a czasem potrzebne są tabelki trójwymiarowe (lub nawet więcejwymiarowe!).

Oto przykład takiej zagadki z konkursu zadaniowego MMM 3/2004. Dla wygody ponumerowaliśmy w treści niektóre zdania.

Zadanie

Na przyjęciu imieninowym byli: Alicja, Barbara, Czesława, Dorota, Edward, Franek, Gerwazy i Hubert. Są to 4 małżeństwa. (1) W ostatnim tańcu Basia tańczyła z Edwardem. (2) Alicja z mężem Doroty. (3) Czesława – z mężem Alicji. (4) Franek – z żoną Huberta. (5) Hubert z żoną Edwarda. Kto jest czyim mężem?

Rozwiązanie

Ponieważ w zadaniu występują dwa typy powiązań między osobami („tańczyli ze sobą" lub „są małżeństwem"), w rozwiązaniu wykorzystamy tabelę z podwójnymi polami. Dolna połowa koduje wspólny taniec, a górna – małżeństwo. Zdanie o numerze n pozwala na wypełnienie tabeli n dla $n \in \{1, ..., 5\}$.

Z tabeli 5 wynika, że żoną Edwarda musiała być Czesława, co odnotowano w tabeli 6, ale nic więcej z samej tabeli 5 już nie wywnioskujemy, więc analizujemy od nowa zdania 1–5 i kontynuujemy wypełnianie tabeli, (np. ze zdania 5 wynika kształt tabeli 7) aż do otrzymania jednoznacznego rozwiązania, co pozostawiamy Czytelnikom.

Warto dodać, że sprawdzając jeszcze raz warunki zadania po wypełnieniu całej tabelki, możemy odkryć, że któryś z nich nie zachodzi (choć nie zdarza się to w standardowych łamigłówkach tego typu). Oznacza to, że warunki zadania są sprzeczne – nie mogą być spełnione wszystkie jednocześnie (lub że gdzieś się pomyliliśmy...).

	A	B	C	D
E				
F				
G				
H				

tab. 1

	A	B	C	D
E		+		
F				
G				
H				

tab. 2

	A	B	C	D
E		+		
F				
G				
H				

tab. 3

	A	B	C	D
E		+		
F				
G				
H				

tab. 4

	A	B	C	D
E			+	
F				
G				
H				

tab. 5

	A	B	C	D
E			+	
F				
G				
H				

tab. 6

	A	B	C	D
E			+	
F				
G				
H				

tab. 7

Poniżej jeszcze jedna taka zagadka, przez niektórych uznawana za najtrudniejszą zagadkę wszech czasów. Ułożyć miał ją jako mały chłopiec sam Albert Einstein (co poddajemy w wątpliwość, gdyż papierosy *Pall Mall* nie były produkowane przed rokiem 1939). Podobno było ją w stanie rozwiązać tylko 2% współczesnych Einsteinowi ludzi. Zagadka nie wydaje się aż tak bardzo trudna, wymaga jedynie skupienia i cierpliwości, bo występuje w niej wyjątkowo wiele faktów i zależności między nimi, a Einstein jest autorem zagadek dużo trudniejszych od tej.

Zadanie dla Czytelników

Na rozwiązania zagadki czekamy do końca grudnia.

Zagadka Einsteina

Dziwnym zbiegiem okoliczności pięcioro ludzi różnych narodowości zamieszkuje przy jednej ulicy pięć domów w pięciu różnych kolorach. Wszyscy palą papierosy pięciu różnych marek i piją pięć różnych napojów. Hodują zwierzęta pięciu różnych gatunków.

Wiadomo, że:

1) Anglik mieszka w czerwonym domu.
2) Szwed ma psa.
3) Duńczyk pija herbatę.
4) Zielony dom jest na lewo od białego.
5) Właściciel zielonego domu pije kawę.
6) Osoba paląca *Pall Malle* hoduje ptaszki.
7) Mieszkaniec żółtego domu pali *Dunhille*.
8) Osoba mieszkająca w domu pośrodku pije mleko.
9) Norweg zamieszkuje pierwszy dom.
10) Palacz *Blendów* mieszka obok hodowcy kotów.
11) Właściciel konia mieszka obok tego, kto pali *Dunhille*.
12) Palacz *Bluemasterów* pija piwo.
13) Niemiec pali *Prince'y*.
14) Norweg mieszka w domu sąsiadującym z niebieskim.
15) Palacz *Blendów* ma sąsiada, który pije wodę.

Kto hoduje rybki?

Istnieją specjalne języki programowania (związane ze sztuczną inteligencją – wnioskowaniem), dzięki którym po wpisaniu warunków zadania odpowiedź znajduje się automatycznie. W Internecie można znaleźć np. zapis i rozwiązanie zagadki Einsteina w języku LISP (o którym wspominamy w artykule *Trzy boginie* s. 24).

Michał Śliwiński, Wrocław

Matematyka na salonach...

W dniach 6–10 września 2004 r., w 85-lecie powstania odbył się zjazd

Polskiego Towarzystwa Matematycznego ,

najważniejsze wydarzenie w polskim środowisku matematycznym.

Zjazdy PTM mają długą tradycję. Trzy odbyły się przed wojną. W 1946 r. odbył się zjazd IV – pierwszy powojenny. W 1949 r. odbył się w Pradze wspólny zjazd matematyków polskich i czechosłowackich (był to VII zjazd towarzystwa polskiego i III czechosłowackiego). Odtąd zjazdy Towarzystwa odbywają się co rok.

Tym razem obradowano na Politechnice Białostockiej. Podczas sesji naukowych wysłuchano odczytów m.in. o:

- optymalnych stałych w geometrii i analizie matematycznej,
- rozwoju XX-wiecznej algebry,
- anonimowości w komunikacji elektronicznej,

- modelach matematycznych dryfu genetycznego,
- prawie Kopernika-Greshama, niewidzialnej ręce rynku i regule cytryny.

W ramach zjazdu odbyła się XVIII Szkoła Dydaktyki Matematyki, podczas której mówiono m.in. o:

- nauczaniu statystyki i historii matematyki,
- niestandardowych metodach rozwiązywania równań i nierówności,
- wykorzystaniu technologii informacyjnej w nauczaniu,
- powiązaniach między matematyką a humanistyką,
- badaniach wyobraźni płaskiej i przestrzennej.

Zjazdowi towarzyszyły imprezy popularnonaukowe przeznaczone dla młodzieży organizowane w ramach „Dni matematyki w Białymstoku". Były wśród nich wykłady:

- o kreśleniu stycznej samą linijką,
- o tym, dlaczego pole prostokąta o bokach a i b musi być równe $a \cdot b$,
- o geometrii dachów,
- o wykorzystaniu jednokładności w rozwiązywaniu zadań olimpijskich.

Ponadto odbył się finał Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki organizowany co roku przez Zarząd Główny PTM i redakcję miesięcznika „Delta" (więcej o tym konkursie napiszemy w następnym numerze). Główne nagrody zdobyli:

- **Marcin Pitera** z Krakowa za pracę *Niezmienniki w geometrii* (opiekun Jacek Dymel),
- **Agnieszka Kałużna** – gimnazjalistka z Olkusza za pracę *Uogólnienie twierdzenia Stewarta na czworościan* (opiekun Piotr Sulich),
- **Lech Stawikowski** z Wrocławia za pracę *Ciągi jednomonotoniczne, funkcje supermodularne i nierówności*.

Oprócz tradycyjnych nagród pieniężnych dla uczniów i nauczycieli w tym roku zdobywca pierwszej nagrody otrzymał pakiet *Mathematica for Students*, a jego opiekun – pakiet *Mathematica Teacher Edition* ufundowane przez Wolfram Research, Inc.

Na zakończenie zjazdu odbył się MiniMaraton Matematyczny – konkurs dla gimnazjalistów pod patronatem MMM. Wzięło w nim udział ponad 100 osób, a najlepszym pod drzwiami do końca kibicowali nauczyciele i rodzice. Maraton składał się z sześciu 45-minutowych rund. Wygrał go nasz czytelnik – **Joachim Jelisiejew**. Kolejne miejsca zajęli **Grzegorz Mironowicz** i **Marcin Kamiński**. Gratulujemy.

Przez cały czas trwania zjazdu czynna była wystawa „Matematyka dla każdego. Matematyka dla artystów". Jej pomysłodawcą był **Ryszard Janiszewski**, wykładowca matematyki na Politechnice Białostockiej, a twórcami modeli – studenci Wydziału Architektury tej uczelni. Więcej o wystawie napiszemy w kolejnym numerze.

Uczestnicy zjazdu spotkali się z władzami wojewódzkimi i akademickimi Podlasia podczas uroczystej kolacji, która odbyła się w sali balowej Pałacu Branickich w Białymstoku.

Szczegóły można znaleźć na stronie internetowej http://www.impan.gov.pl/PTM oraz w roczniku PTM „Wiadomości Matematyczne".

Trzy boginie

Jedna z zagadek Raymonda Smullyana została uznana przez „The Harvard Review of Philosophy" – poważne amerykańskie czasopismo filozoficzne – za najtrudniejszą zagadkę świata. Zagadkę tę umieściliśmy jakiś czas temu na naszej stronie internetowej w dziale „Zadania (nie) do rozwiązania", gdzie spotkała się z dużym zainteresowaniem czytelników. Spróbujemy wspólnie ją rozwikłać.

Jestem studentem Politechniki Wrocławskiej. Myślałem nad zadaniem z boginiami. Jest naprawdę trudne ale i interesujące. Najpierw obmyślałem różne jego prostsze odmiany i prawie udało mi się je rozwiązać. Czy to zadanie jest w ogóle rozwiązywalne? Proszę mi nie zdradzać rozwiązania, tylko napisać, czy istnieje.

Marcin Berkowski

Najtrudniejsza zagadka świata

Trzy boginie nazywane są Prawda, Kłamstwo i Los, ale nie wiesz, która jest która. Oczywiście Prawda zawsze mówi prawdę, Kłamstwo zawsze kłamie, a Los czasem mówi prawdę, a czasem kłamie i zależy to wyłącznie od nieznanych czynników losowych. Musisz za pomocą trzech pytań określić, która z bogiń to Kłamstwo, która to Prawda, a która Los. Pytasz kogo chcesz, ale żadne pytanie nie może być skierowane do więcej niż jednej bogini. Pytania muszą być tak sformułowane, aby boginie mogły odpowiadać tylko TAK lub NIE. Jakie są te pytania? Jest jeszcze mały problem. Boginie rozumieją Twój język, ale odpowiadają w swoim, w którym słowom TAK i NIE odpowiadają słowa DA i JA. Niestety, nie wiesz, czy DA to TAK, czy NIE ani co właściwie znaczy JA.

Historię o boginiach wymyślił Smullyan, ale ostatnie trzy zdania (które uczyniły ją najtrudniejszą łamigłówką świata) dopisał John McCarthy – światowej sławy specjalista od komputerów, profesor informatyki na Uniwersytecie Stanforda w USA. Od niego pochodzi termin „sztuczna inteligencja", której poświęcił wiele swoich prac, jest też twórcą LISP-a – jednego z najstarszych języków programowania (o którym wspominamy też w artykule *Książę zagadek*), używanego do dziś, zwłaszcza w dziedzinie sztucznej inteligencji.

I jeszcze jedno: chyba w żadnym rozwiązaniu nie da się pominąć założenia, że boginie są wszystkowiedzące, tzn. znają prawdę nie tylko o sobie, ale wiedzą, która z nich kim jest.

Jedno pytanie

Zadanie 1

W świątyni spotykasz boginie Prawdę i Kłamstwo, ale nie wiesz, która jest która. Jak się tego dowiedzieć, zadając tylko jedno pytanie jednej z nich? Boginie odpowiadają tylko TAK lub NIE.

Rozwiązanie

Jest to zadanie podobne do zadania o bliźniakach spotkanych na rozstaju dróg (patrz *Sztafeta pokoleń, czyli 5–10–15–20*). Jednemu z nich można zadać pytanie: „Którą drogę do miasta wskazałbyś, gdybym Cię o to zapytał?" i pójść drogą wskazaną w odpowiedzi. Mamy tu do czynienia z podwójnym przekłamaniem, dzięki któremu otrzymujemy odpowiedź zgodną z rzeczywistością. Stosując tę metodę do naszego zadania, możemy zapytać jedną z bogiń: „Czy gdybyśmy Cię zapytali, czy jesteś boginią Prawda, to odpowiedziałabyś TAK?".* Prawda odpowie TAK, a Kłamstwo – NIE.

Niestety, gdy w grę wchodzi bogini Los, sprawa się komplikuje, bo na pytanie tego typu nie może ona odpowiedzieć.

Utrudnienie 1 (kluczowe)

W świątyni spotykasz boginie Prawdę, Kłamstwo i Los. Jak, zadając tylko jedno pytanie jednej z nich, wyeliminować boginię Los (tzn. wybrać do dalszej rozmowy Prawdę lub Kłamstwo chociaż niekoniecznie wiedząc, kogo się wybrało; wtedy mając do dyspozycji drugie pytanie, można by łatwo ustalić, kim jest wybrana bogini i dalej rozmawiać z nią bez żadnych komplikacji).

Rozwiązanie

Nic nie da zapytanie bogini o nią samą, ale możemy zapytać jedną o drugą. Taką możliwość daje np. pytanie: „Czy twoja koleżanka niebędąca boginią Los odpowiedziałaby TAK na pytanie, czy ta, którą wskazuję, jest boginią Los?" (pokazujemy na inną niż ta, którą pytamy). W przypadku gdy pytamy Prawdę lub Kłamstwo, przy odpowiedzi NIE, ta, którą wskazujemy, to Los, a przy odpowiedzi TAK Losem jest trzecia – niewskazana i niezapytana. Dlaczego? Jeśli pytamy Los, to wyboru dokonujemy tak samo jak wcześniej, bo i tak do dalszej konwersacji wybieramy zawsze inną boginię niż ta, którą pytamy.

Utrudnienie 2

Boginie znają nasz język, ale odpowiadają w swoim, którego nie rozumiesz. Odpowiedniki słów TAK i NIE to w języku bogów DA i JA, ale nie wiesz, które co oznacza. Jak jednym pytaniem zadanym jednej bogini wyeliminować Los?

Rozwiązanie

Nie ma tu prawie żadnych zmian. W pytaniu zamiast TAK wstawiamy DA i odpowiedź JA oznacza, że Losem jest ta, którą wskazujemy, a DA – że Losem jest bogini niewskazana i niezapytana. Dlaczego?

Trzy pytania

Zadanie 2

Pewnego dnia do świątyni, w której przebywały boginie Prawda, Kłamstwo i Los, przybył mędrzec, który postanowił je zidentyfikować, zadając każdej jedno pytanie. Boginię stojącą po lewej stronie zapytał: „Kto stoi obok ciebie?". Odpowiedź brzmiała: „bogini Prawda". Wtedy zapytał boginię stojącą w środku: „Kim jesteś?".

* Można też zadać po prostu pytanie „Czy 1 + 1 = 2"?

Wskazówki i podpowiedź do 5–10–15–20: **5)** Celestyn jest łotrem. **10)** Którą drogę wskazałby mi Twój brat? **15)** Kogo wskazałby Twój brat, jako Joachima? Joachim zawsze odpowie „siebie". **20)** Czy 2 · 2 = 4? Potem rozmawiać z papugą, której odpowiedź się nie powtórzyła.

Odpowiedź brzmiała: „boginią Los". Ostatnie pytanie zadał bogini stojącej po prawej stronie: „Kto stoi obok ciebie?" Odpowiedź brzmiała: „bogini Kłamstwo". Po chwili mędrzec wiedział, która bogini jest która. W jaki sposób?

Rozwiązanie

Pierwszy wniosek mędrca był taki, że w środku nie stoi Los (wówczas bowiem jedno z bóstw stojących obok byłoby Prawdą i powiedziałoby, że w środku jest Los). W środku stała zatem bogini Kłamstwo. Bogini po prawej powiedziała więc prawdę, a po lewej kłamała. Zatem w kolejności od lewej stały boginie Los, Kłamstwo i Prawda.

Ale czy pytania zadane przez mędrca zawsze prowadzą do identyfikacji bogiń? Oczywiście nie. Jeśli np. skrajne boginie odpowiedziałyby obie: „Obok mnie stoi Kłamstwo", a środkowa: „Jestem Prawdą", to układ bogiń mógłby być np. taki: Prawda – Kłamstwo – Los lub Kłamstwo – Prawda – Los. Jaki jeszcze?

Utrudnienie 1

Boginie mogą odpowiadać na pytania tylko TAK lub NIE. Jak, zadając każdej jedno pytanie, zidentyfikować Prawdę lub Kłamstwo?

Rozwiązanie

Każdą z bogiń pytamy np. „Czy 1 + 1 = 2?". Dwie z nich odpowiedzą tak samo. Dlaczego? Wiemy wówczas, że wśród nich jest Los. Bogini, która odpowie inaczej, jest Prawdą – jeśli odpowiedziała TAK, lub Kłamstwem – jeśli odpowiedziała NIE. Czwarte pytanie pozwoliłoby więc zidentyfikować wszystkie boginie. Jak? Jeśli dwie jednakowe odpowiedzi padną na początku, to już w trzecim pytaniu uda się określić, która z bogiń jest która. Jak?

Utrudnienie 2

Boginie znają nasz język, ale odpowiadają w swoim, którego nie rozumiesz. Odpowiedniki słów TAK i NIE to w języku bogów DA i JA, ale nie wiesz, które co oznacza. Jak, zadając trzy pytania, zidentyfikować Prawdę lub Kłamstwo?

Rozwiązanie

Zauważmy, że na pytanie „Czy JA znaczy TAK?" Prawda zawsze odpowie JA, a Kłamstwo – DA, więc poprzednie rozumowanie daje się teraz też przeprowadzić. Najdziwniejsze, że po tym pytaniu bynajmniej nie dowiemy się, co oznacza DA. Czy teraz w czterech pytaniach zidentyfikujemy wszystkie boginie?

Utrudnienie 3

Mamy do dyspozycji trzy pytania, ale chcemy jedno zarezerwować na pewne nurtujące nas pytanie. Jakie dwa pytania zadać boginiom, aby po trzecim poznać odpowiedź na nasze pytanie? Każde pytanie może być skierowane do dowolnej bogini, ale musi to być pytanie, na które da się odpowiedzieć TAK lub NIE.

Wskazówka

Pierwsze pytanie powinno wyeliminować Los (patrz zad. 1), drugie – stwierdzić, czy wybrana bogini jest Prawdą, czy Kłamstwem.

Wyłowione z sieci (3)

Obrazki logiczne
www.obrazkilogiczne.pl

To strona nowego miesięcznika „Obrazki logiczne", który w całości poświęcony jest tego typu łamigłówkom. Za zgodą redakcji przykładowy obrazek publikujemy na 3. stronie okładki. Na stronie internetowej wydawnictwa są przykłady obrazków do rozwiązania i przewodnik, jak to robić oraz linki do stron o podobnej tematyce.

cd. s. 28

Utrudnienie 4

Boginie znają nasz język, ale odpowiadają tylko w swoim, nieznanym nam. Wiemy, że DA i JA to odpowiedniki słów TAK i NIE, ale nie wiemy, co oznacza DA, a co JA. Czy można teraz rozwiązać poprzednie zadanie?

Rozwiązanie

Okazuje się, że znowu zmiana języka nie stanowi większego problemu. W pierwszym pytaniu wystarczy słowo TAK zastąpić słowem DA i zmienić drugie pytanie. Można zadać pierwszemu bóstwu pytanie: „Czy gdybym zapytał tę z pozostałych bogiń, która nie jest Losem, czy bóstwo w środku to Los, to odpowiedziałoby DA?". Po odpowiedzi JA mamy pewność, że ostatnie bóstwo nie jest Losem, natomiast po odpowiedzi DA, że bóstwo w środku nie jest Losem.

Inne musi być jednak drugie pytanie, kierowane do bogini zidentyfikowanej jako działająca deterministycznie. Można wykorzystać wcześniejsze pomysły:

a) użyć „podwójnego pytania", np. „Czy gdybym Cię zapytał, czy jesteś Prawdą, to odpowiedziałabyś DA?". Po odpowiedzi DA rozpoznamy Prawdę (i nie ma znaczenia, co znaczy DA), po odpowiedzi JA – Kłamstwo.

b) zapytać „Czy DA znaczy TAK?". Prawda odpowie DA, Kłamstwo – JA.

No a teraz wreszcie czas na rozwiązanie najtrudniejszej zagadki świata...

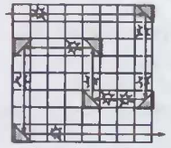
Lech Stawikowski, Wrocław

Rozwiązania szukajcie w numerze.

Odpowiedzi do zadań z artykułów:

Paryż zaprasza mistrzów

Kółko graniste. 30 podań. Pokerowe odejmowanie. 62 – 36 = 26. Rachmistrz w kurniku. 2671 jaj. Pogromca balonów. np. rys. 1. Przebity sześcian. 6 małych sześcianów. Zginanie. 9-kąt (rys. 2). Przekątna Didiera. Są 23 rozwiązania (w nawiasach podano drugie wymiary odpowiednich prostokątów): 1 (91), 3 (89), 5 (87), 7 (85, 91), 9 (83), 11 (81), 13 (79, 91), 15 (77), 17 (75), 19 (73), 21 (71, 77), 25 (67), 27 (65), 29 (63), 31 (61), 33 (59), 35 (57, 63), 37 (55), 39 (53, 65), 41 (51), 43 (49), 45 (47), 91 (91). Dziadkowie. 17 lub 18 dzieci. Liczby-wspólniczki. 120 par.

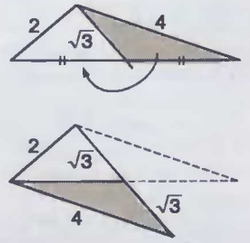


Rys. 1

Rys. 2

Zagubiony w lesie

Rozcinamy trójkąt wzdłuż środkowej i jedną z otrzymanych części obracamy wokół punktu przecięcia środkowej z nieznanym bokiem o 180°, tak aby skleiły się przystające połówki tego boku. Powstał trójkąt (dlaczego?) o bokach długości 2, 4, i $2\sqrt{3}$. Z cechy przystawania trójkątów bok-bok-bok jest to połowa trójkąta równobocznego o boku 4. Zatem szukane pole trójkąta wynosi $\frac{1}{2} \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$.



Andrzej Kasiewicz, Wrocław

Rozmaitości z rozwiązaniami

Kąty proste wielokąta

Zadanie

Trójkąt może mieć tylko jeden kąt prosty. Czworokąt – od jednego do czterech kątów prostych. Czy istnieje wielokąt wypukły, który ma 5 kątów prostych? A więcej?

Rozwiązanie

Suma kątów wewnętrznych wypukłego n-kąta wynosi $(n-2)\cdot 180°$. Niech k oznacza liczbę jego kątów prostych. Suma kątów jest więc mniejsza lub równa (gdy $n = k$) $k\cdot 90° + (n-k)\cdot 180°$, gdyż pozostałe kąty w wielokącie wypukłym są mniejsze od 180°. Mamy więc nierówność: $(n-2)\cdot 180° \le k\cdot 90° + (n-k)\cdot 180°$. Po podzieleniu jej stronami przez 90° otrzymujemy: $2(n-2) \le k + 2(n-k)$, skąd $k \le 4$. Zatem liczba kątów prostych w wielokątach wypukłych nie może przekroczyć czterech. Najwięcej kątów prostych mają tylko prostokąty (dlaczego?). Oczywiście dla każdego $n > 4$ istnieje n-kąt wypukły o trzech kątach prostych (patrz rysunek).

Wyłowione z sieci (4)

Zagadki matematyczne

www.qbyte.org/puzzles/puzzle01.html

Strona zawiera 90 zadań i zagadek logicznych lub geometrycznych i probabilistycznych. Do każdego zadania można otrzymać podpowiedź, odpowiedź lub pełne rozwiązanie.

Przykładowe zadanie: Kasjer realizując czek pani Kowalskiej pomylił złotówki z groszami. Wydał tyle groszy, ile powinno być złotych i tyle złotówek, ile powinno być groszy. Pani Kowalska nie zorientowała się. Przeliczyła pieniądze dopiero później, gdy kupiła gazetę za 50 gr. Okazało się, że ma trzy razy tyle pieniędzy niż kwota, na którą opiewał czek. Jaka to była kwota?

cd. s. 34

Suma kwadratów

Zadanie

Czy istnieje 25 kolejnych liczb naturalnych, których suma kwadratów jest kwadratem liczby naturalnej? Ile jest takich zbiorów 25 liczb?

Rozwiązanie

Niech $(x-12)^2+(x-11)^2+\ldots+(x-1)^2+x^2+(x+1)^2+\ldots+(x+11)^2+(x+12)^2 = y^2$, gdzie $x, y \in \mathbb{N}$ i $x \ge 12$. Rozwijając kwadraty i wykonując redukcje, równanie to można łatwo przekształcić do postaci: $25x^2 + 1300 = y^2$. Lewa strona jest podzielna przez 25, więc prawa też, a wobec tego y musi dzielić się przez 5. Oznaczmy $y = 5t$, gdzie $t \in \mathbb{N}$. Po podstawieniu do równania otrzymamy: $25x^2 + 1300 = 25t^2$, skąd $x^2 + 52 = t^2$ i dalej $t^2 - x^2 = 52$.

Lewą stronę możemy rozłożyć na czynniki: $(t-x)(t+x) = 52$. Jedyne rozkłady liczby 52 na czynniki naturalne, z których pierwszy jest mniejszy, to: $1\cdot 52$, $2\cdot 26$ i $4\cdot 13$. Zatem mamy trzy przypadki:

$$\begin{cases} t-x=1 \\ t+x=52, \end{cases} \quad \begin{cases} t-x=2 \\ t+x=26 \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} t-x=4 \\ t+x=13. \end{cases}$$

Pierwszy i trzeci układ nie mają rozwiązań w liczbach naturalnych, a z drugiego wyliczamy $x = 12$ i $t = 14$, skąd $y = 5t = 70$. Zatem zadanie ma tylko jedno rozwiązanie. Można teraz jeszcze sprawdzić, że $0^2+1^2+2^2+3^2+\ldots+21^2+22^2+23^2+24^2 = 70^2$.

Potęgi w ciągu

Zadanie

Startujemy od jedynki i idziemy po liczbach naturalnych krokiem o dowolnie wybranej długości np. 7. Otrzymujemy w ten sposób ciąg liczb 1, $1+7$, $1+2\cdot 7$, ... Taki ciąg nazywamy arytmetycznym; więcej o tych ciągach pisaliśmy w numerze 2/2004 w artykule W. Bednarka *Podciągnij się z ciągów*. Wybieramy teraz dowolną liczbę naturalną, np. 13 i pytamy, czy w naszym ciągu znajdzie się nieskończenie wiele trzynastych potęg liczb naturalnych.

Rozwiązanie

Niech a_k oznacza k-ty wyraz naszego ciągu. Widać, że $a_k = 1 + (k-1)\cdot 7$. Pierwszy wyraz ciągu jest oczywiście trzynastą potęgą liczby naturalnej, bo $1 = 1^{13}$. Wystarczy teraz wykazać, że jeśli pewien wyraz ciągu jest trzynastą potęgą, to istnieje wyraz od niego większy, który też ma tę własność. To zagwarantuje nam, że poczynając od jedynki znajdziemy w ciągu nieskończenie wiele trzynastych potęg. Taki sposób rozumowania nazywany jest *indukcją matematyczną*.

Załóżmy więc, że pewien wyraz a_k jest równy s^{13}, dla pewnej liczby s. Rozważmy teraz wyraz o numerze $n = k + \dfrac{(7+s)^{13} - s^{13}}{7}$. Widać, że $n > k$ i jest liczbą naturalną (dlaczego?). Wtedy

$$a_n = 1 + (n-1)\cdot 7 = 1 + (k - 1 + \frac{(7+s)^{13} - s^{13}}{7})\cdot 7 = 1 + (k-1)\cdot 7 + (7+s)^{13} - s^{13} =$$

$$= a_k + (7+s)^{13} - s^{13} = s^{13} + (7+s)^{13} - s^{13} = (7+s)^{13}.$$

Zatem rzeczywiście dla wyrazu a_k będącego trzynastą potęgą znaleźliśmy wyraz większy, który również jest trzynastą potęgą. Analogiczne rozumowanie możemy przeprowadzić dla kroku o długości innej niż 7 oraz dowolnej potęgi innej niż 13. Możemy zatem sformułować ogólną obserwację: w dowolnym ciągu arytmetycznym liczb naturalnych o pierwszym wyrazie 1 i różnicy $r \in \mathbb{N}$ (czyli ciągu liczb naturalnych 1, $1+r$, $1+2r$, ...) dla dowolnie wybranej liczby naturalnej p nieskończenie wiele wyrazów tego ciągu jest p-tymi potęgami liczb naturalnych.

Witold Bednarek, Łódź

Matematyka na salonach...

Polskie Towarzystwo Matematyczne i Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk przy współpracy z Krajowym Funduszem na rzecz Dzieci oraz Komitetem Głównym Olimpiady Matematycznej zorganizowały w dniach 17–19 września 2004 r.

Pierwszy Kongres Młodych Matematyków Polskich

Obrady odbywały się na Zamku Królewskim w Warszawie. Głównym celem Kongresu było spotkanie naukowe najzdolniejszych uczniów szkół gimnazjalnych i ponadgimnazjalnych z całej Polski oraz Instytutu Polskiego w Wilnie, dla których „królowa nauk" stała się już pasją. Uczestników kwalifikowały kuratoria oświaty. Trzech reprezentantów każdego województwa mogło wygłosić podczas obrad 20-minutowe komunikaty. Kongres odbył się pod honorowym patronatem Jolanty Kwaśniewskiej.

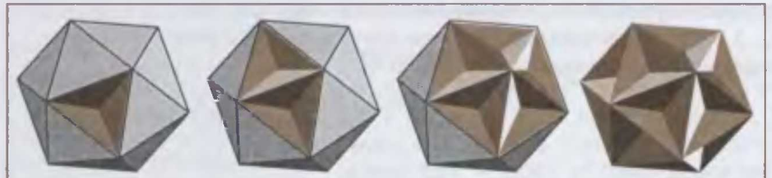
Informacje: http://konmat.amu.edu.pl

Wielkie wielościany

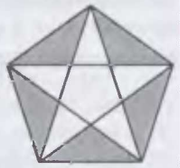
Na początku XIX wieku francuski matematyk Louis Poinsot odkrył cztery niewypukłe wielościany foremne. Jak się okazało, dwa z nich – o czym nie wiedział – zostały już wcześniej opisane przez Johannesa Keplera (patrz MMM 2/2004). Kilka lat później – w roku 1812 – młody Augustyn Cauchy w swej pierwszej matematycznej pracy, wykazał, że nie istnieją inne niewypukłe wielościany foremne. Tak więc od niemal 200 lat wiadomo, że jest dokładnie 9 brył foremnych – 5 wypukłych, zwanych platońskimi, i 4 niewypukłe, określane mianem wielościanów Keplera-Poinsota. Podczas naszej wędrówki po krainie wielościanów poznaliśmy już 7 z nich. Nadszedł czas na dwa ostatnie – te, z których istnienia Kepler nie zdawał sobie sprawy.

Rys. 1

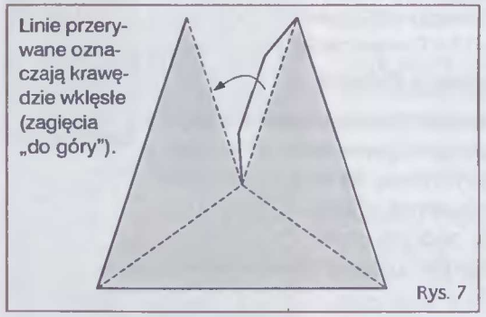
Popatrzmy na platoński dwudziestościan i wyodrębnijmy po pięć krawędzi tworzących pod każdym z 12 wierzchołków pięciokąt foremny (rys. 1). „Wstawmy" do dwudziestościanu te pięciokąty i „zajrzyjmy" do środka „zdejmując" trójkątne ściany. Rysunki 2–4 przedstawiają to co widzimy w kolejnych etapach, a rys. 5 gotowy model wielościanu utworzonego przez 12 wzajemnie przenikających się pięciokątów foremnych. Matematycy nazywają tę bryłę dwunastościanem wielkim. Nazwa ta (podobnie jak inne z tej klasy wielościanów) została zaproponowana przez A. Cayleya.



Rys. 2 Rys. 3 Rys. 4 Rys. 5



Rys. 6



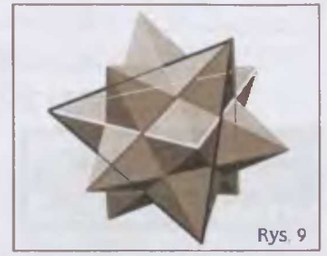
Rys. 7

Ponieważ pięciokąty w dwunastościanie wielkim przenikają się wzajemnie, nie są widoczne w całości. Ścianę tego wielościanu z zaznaczonymi widocznymi częściami przedstawia rys. 6. Rysunek ten pozwala też zaobserwować sposób wykonania modelu. Jego powierzchnia składa się z 60 „złotych" trójkątów rozwartokątnych (o kątach 36, 36 i 108 stopni). Do wykonania modelu należy przygotować 20 elementów przedstawionych na rys. 7. Sklejamy każdy z nich zgodnie z rysunkiem, otrzymując czworościan

bez jednej ściany. Tak przygotowane elementy łączymy ze sobą (używając podwójnych skrzydełek), w ten sposób aby nieistniejące podstawy piramidek utworzyły platoński dwudziestościan (rys. 8).

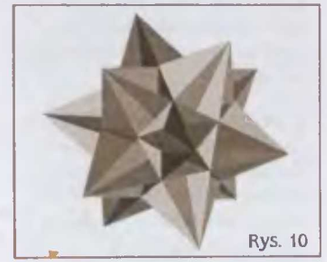
Rys. 8

Jak wspomniano na wstępie, wielościan ten został odkryty w XIX wieku, jednak niemal 250 lat wcześniej norymberski złotnik Wentzel Jamnitzer w swoim dziele *Perspectiva Corporum Regularium* zamieścił rycinę przedstawiającą bryłę do złudzenia przypominającą dwunastościan wielki. Nie rozważał on jednak żadnych matematycznych własności przedstawianych przez siebie brył. Rycina przedstawiająca omawiany wielościan jest zamieszczona na okładce, a całość dzieła można zobaczyć w internecie pod adresem http://www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/jamnitzer/.



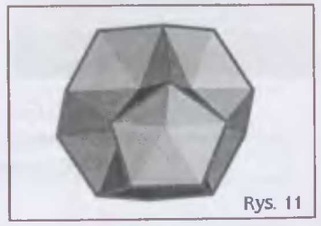
Rys. 9

Ostatni z grupy wielościanów Keplera-Poinsota ma dość skomplikowaną strukturę, ale trzeba dodać, że jest on chyba najbardziej atrakcyjnym spośród wielościanów prezentowanych dotychczas w tej rubryce.



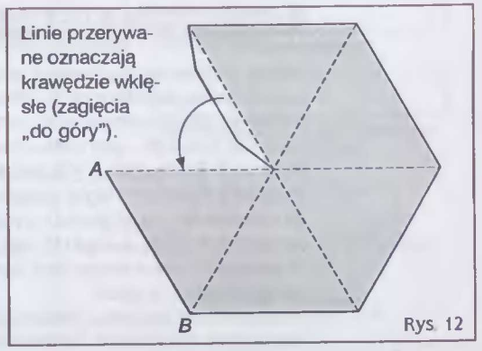
Rys. 10

Popatrzmy na dwunastościan gwiaździsty mały (MMM 2/2004) i wyodrębnijmy w nim 3 wierzchołki, w ten sposób aby krawędzie je łączące utworzyły trójkąt równoboczny (rys. 9). Wychodząc od wybranego wierzchołka możemy utworzyć 5 wzajemnie przecinających się trójkątów. Wszystkich wierzchołków jest 12, czyli w całym dwunastościanie gwiaździstym małym można utworzyć w ten sposób 20 trójkątów (dlaczego?). Jeżeli teraz wstawimy je do środka i (podobnie jak we wcześniej opisywanym przypadku) „zabierzemy" dotychczasowe ściany dwunastościanu a potem „zajrzymy" do środka, to zobaczymy wspaniały gwiaździsty wielościan, którego ścianami są równoboczne trójkąty – dwudziestościan wielki (rys.10).



Rys. 11

Wykonanie tego modelu wymaga dużej staranności i cierpliwości, ale nagrodą za wytrwałość będzie wspaniała bryła mogąca ozdobić nie tylko szkolną pracownię. Problemem jest tu nie tylko duża liczba potrzebnych do sklejenia elementów, ale także konieczność zadbania o to, by model po wykonaniu był sztywny. Dla rozwiązania tego drugiego problemu posłużmy się pomysłem zaczerpniętym z książki *Modele matematyczne*. Najpierw wykonamy „rdzeń", do którego będziemy doklejać kolejne elementy naszego wielościanu. Wykonanie „rdzenia" (rys. 11) nie jest trudne. Jego powierzchnia składa się z 60 trójkątów równobocznych pogrupowanych w 12 grup po 5 trójkątów. Wykonujemy 12 elementów z rys. 12, otrzymując pięciokątne piramidki bez podstaw, a następnie łączymy je tak, aby powstała struktura, której zewnętrzne krawędzie są krawędziami



Rys. 12

Rys. 13

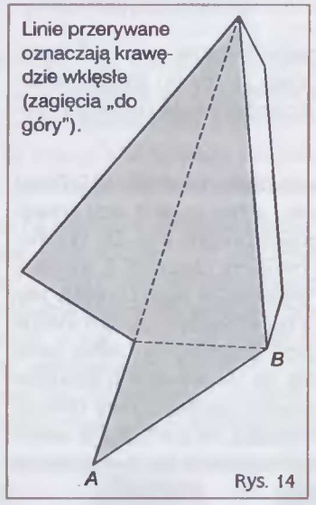
dwunastościanu foremnego (rys. 13). Wykonany wielościan jest interesujący sam w sobie, ale dla nas jest on tylko etapem pośrednim. Siatkę zasadniczego elementu 20-ścianu wielkiego przedstawia rys. 14. Wykonajmy najpierw 5 takich elementów, a następnie połączmy je ze sobą w jeden „wianuszek" (rys. 15). Tak przygotowany element doklejamy do przygotowanego wcześniej rdzenia – rys. 16 (skrzydełka są niepotrzebne). Następnie powtarzamy tę czynność jeszcze 11 razy, aż w końcu otrzymamy model wspaniałego wielościanu. Siatki z rysunków 12 i 14 warto powiększyć (w tej samej skali). Jeżeli odcinek *AB* będzie miał długość 5 cm, to średnica całej gwiazdki wyniesie ok. 25 cm. Życzę wytrwałości i dobrej zabawy.

Zadania dla Czytelników

1. W jaki sposób można otrzymać dwunastościan wielki z dwunastościanu gwiaździstego małego?

2. Podobnie jak bryły platońskie również wielościany Keplera-Poinsota można połączyć w dualne pary. Który wielościan (i dlaczego) jest dualny do dwunastościanu wielkiego? A do dwudziestościanu wielkiego?

Na odpowiedzi czekamy do końca grudnia.



Rys. 14

Rys. 15

Rys. 16

LITERATURA

[1] M. Cundy, A. P. Rollet, *Modele matematyczne*, PWN, Warszawa 1967.

[2] P. R. Cromwell, *Polyhedra*, Cambridge University Press 1997.

Piotr Pawlikowski, Kluczbork

Rozwiązanie zagadki Smullyana-McCarthy'ego

Gdyby boginie mówiły naszym językiem, to wystarczyłoby zadać trzy pytania, które występowały we wcześniejszych zadaniach.

Pytanie 1. Eliminujemy Los, tzn. wybieramy jakąś boginię, która Losem nie jest (nie musimy wiedzieć, kim jest) – patrz utrudnienie 1.

Pytanie 2. Stwierdzamy, kim jest wybrana bogini (np. pytamy „Czy 1+1 = 2?").

Pytanie 3. Wybranej bogini zadajemy pytanie o jedną z pozostałych, interpretując właściwie jej odpowiedź (w zależności, czy jest to Prawda, czy Kłamstwo). Identyfikujemy w ten sposób drugą boginię, a więc i trzecią.

W przypadku nieznanego nam języka bogów trzeba jeszcze nieco zmodyfikować pytania, podobnie jak w artykule.

Najtrudniejsza zagadka świata okazała się chyba wcale nie tak trudna.

Inną wersję rozwiązania można znaleźć w „Wiedzy i Życiu" 3/2004.

Zapraszamy gimnazja, licea, licea profilowane i technika do udziału w

Polsko-Ukraińskim Konkursie Fizycznym LWIĄTKO 2005

http://slo.bednarska.edu.pl/lwiatko

Konkurs odbędzie się 4 kwietnia 2005. Szkoły mogą zgłaszać uczestników do 15 lutego 2005. Zachęcamy do dokonania zgłoszenia za pomocą formularza na naszej stronie internetowej. Możliwe jest także przesłanie zgłoszenia według poniższego wzoru na adres:

I Społeczne Liceum Ogólnokształcące, ul. Bednarska 2/4, 00-310 Warszawa.

Prosimy o nieprzesyłanie zgłoszeń faksem ani mailem.

Lista zgłoszonych szkół będzie widoczna na w/w stronie internetowej (bez liczb uczestników i danych osobowych). Wszelkich informacji udzielamy pod telefonem **0-660 248 617**.

Opłata konkursowa wynosi 5 zł od uczestnika. Prosimy o dokonanie zbiorczej wpłaty na konto:
Towarzystwo Przyjaciół I SLO, ul. Bednarska 2/4, 00-310 Warszawa
BRE BANK SA o. w Warszawie, **15 1140 1010 0000 2557 1000 1013**.
Prosimy dopilnować, aby w rubryce „tytuł wpłaty" lub „wpłacający" znalazły się dokładne dane szkoły oraz dopisek „LWIĄTKO 2005".

W wypadku przesyłania zgłoszenia pocztą prosimy o załączenie kopii dowodu wpłaty.

Wzór zgłoszenia udziału szkoły w Polsko-Ukraińskim Konkursie Fizycznym LWIĄTKO 2005

nazwa szkoły

kod pocztowy ___-___ poczta (miejscowość) ulica, numer

imię i nazwisko nauczyciela odpowiedzialnego za organizację konkursu e-mail (nieobowiązkowo)

imię i nazwisko dyrektora szkoły telefon szkoły (z nr kierunkowym)

liczba uczestników (wpisać zero, gdy na którymś poziomie nie są zgłaszani)

klasa 1–2 gim. klasa 3 gim. klasa I lic. i tech. klasa II lic. i tech. klasa III lic., III i V tech.

.....
podpis nauczyciela

Z notatnika starego belfra

Monodram, czyli teatr jednego aktora

Dobry nauczyciel kojarzy się z teatrem jednego aktora, który wystawia kilka różnych przedstawień dziennie pięć razy w tygodniu, w jednej opatrzonej scenografii. A jest to naprawdę trudne zadanie, bo to teatr bez reżysera i bez suflera. Ten aktor sam pisze także scenariusze, często do mało atrakcyjnych tekstów, którymi musi przykuć uwagę widowni. W odróżnieniu jednak od tradycyjnego teatru nasz aktor ma nie tylko stworzyć nastrój, zbudować napięcie i zainteresować widza, ale także go nauczyć i ocenić opanowanie przez niego treści sztuki. Dobrym nauczycielem może zatem być tylko najwybitniejszy z wybitnych aktorów. Doskonałych aktorów nie ma na świecie, jak świętych Mikołajów. Niektórzy tylko tak o sobie myślą. Ale gdzie im tam do dobrego nauczyciela...

Nauczyciele, naśladujący aktorów, mogliby przejąć od nich więcej **szacunku dla własnej sztuki**, a w konsekwencji żelaznej dyscypliny, z jaką należy uprawiać ją w szkole. Takim nieosiągalnym wzorem nauczyciela, pełnego samodyscypliny, szacunku dla uczniów i nauczanego przedmiotu jest dla mnie Franciszek Pałka – były dyrektor I LO w Legnicy (poznaliście go już w MMM 1/2004). Oto przykład.

Od wielu dni głośno było w szkole o przewidywanej wizytacji ministerialnej. Kiedyś wyszliśmy z dyrektorem równo z dzwonkiem, z dziennikami pod pachą, każdy na swoją lekcję. Na korytarzu widzimy kilka obcych, eleganckich osób i jedna pyta nas, gdzie jest gabinet dyrektora. Na to dyrektor Pałka, pokazując ręką kierunek, mówi „tam", a sam idzie do klasy, gdzie prowadzi zaplanowaną lekcję, i dopiero po 45 minutach wraca spokojnie do zbaraniałej Wysokiej Wizytacji Ministerialnej. Bo przecież dla każdego aktora najważniejsza jest scena i zasiadający przed nią widzowie. Szkoda tylko, że w klasie po dzwonku na przerwę, trudno liczyć na oklaski...

Szanujcie więc u swoich nauczycieli drobne nawet objawy tego aktorskiego mistrzostwa, z jakim wciągają was podczas lekcji do gry, i pomagajcie im, jak tylko umiecie. Bez waszej bowiem pomocy nawet najlepszy nauczyciel nie poradzi sobie w samotnym monodramie.

Antoni Dindorf, Wrocław

Wyłowione z sieci (5)

LiveGraphics3D

http://www.vis.uni-stuttgart.de/~kraus/LiveGraphics3D/

Program LiveGraphics3D, którego autorem jest Martin Kraus, umożliwia obracanie obiektów trójwymiarowych wygenerowanych za pomocą programu Mathematica (firmy Wolfram Research) lub wprowadzanie ich w stałą rotację. Dostępne są modele kilkunastu wielościanów, są tam też bryły przenikające się oraz pokazanych jest kilka złudzeń optycznych. Łatwo (zmieniając położenie brył) można zobaczyć tych złudzeń przyczynę.

Wizualizacja matematyki

http://gamma.im.uj.edu.pl/complex2001/cd2004/files/mat/ciekawostki/komputery/start_k.htm

Strona Instytutu Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, na której można się przekonać, jak komputer pomaga matematykowi – dynamicznie zobrazowane są różne ciekawe (i atrakcyjne wizualniel) pojęcia matematyczne, jak m.in. fraktale, spacer losowy i wielościany foremne, a ściślej – ich stellacje i ścięcia. Co to jest, można domyślić się samemu, zmieniając parametry. Prezentowane obiekty trójwymiarowe można obracać dzięki zastosowaniu programu LiveGraphics3D, którego witrynę polecamy powyżej.

wyłowił **Wojciech Głodek**

Łamanie głowy, czyli burza w mózgu

Zadania konkursowe

W gronie *Ekspertów Łamania Głowy* witamy kolejne osoby. Są to (w nawiasie podajemy aktualną liczbę punktów):

Agata KOMOROWSKA, Szczecin (41);
Edward PYPNO, Katowice (40);
Tomasz CIEJKA, Kraków (38);
Tadeusz PROKOP, Myszków (38);
Barbara LICHOWSKA, Nowy Sącz (36);
Jakub OĆWIEJA, Czechowice-Dziedzice (36);
Joanna HELUSZKA, Kłodzko (33);
Tomasz KOZAKIEWICZ, Warszawa (33).

W tej chwili *Loża Ekspertów* liczy 19 osób. Czekamy na pierwszego *Mistrza*!

Zadania konkursowe

Na rozwiązania zadań z bieżącego numeru czekamy do końca grudnia. Wśród uczestników konkursu rozlosujemy nagrody pieniężne. Przypominamy o naklejeniu na kopercie kuponu zamieszczonego na ostatniej stronie. Wyniki konkursu dostępne są na naszej stronie internetowej: http://www.mmm.ig.pl

1. Na pustyni

Podróżnik chce się przeprawić przez pustynię. Droga ta zajmuje 6 dni, a jeden człowiek może unieść rację żywności tylko na 4 dni. Podróżnik może wynająć dowolną liczbę tragarzy. Ile najmniej dni zajmie mu przeprawienie się przez pustynię?

2. Bim-bom

Zegar ratuszowy wybija godzinę ósmą w ciągu 8 sekund. W jakim czasie wybija południe?

3. Sztuczka z monetami

Dwie monety dają łącznie 3 złote, choć jedna z nich nie jest złotówką. Jak to możliwe?

Skrót regulaminu konkursu

- W każdym numerze ogłaszanych jest 15 zadań (są to m.in. łamigłówki, zagadki lateralne, rebusy oraz zadania związane z publikowanymi w danym numerze artykułami).
- Do konkursu można przystąpić w dowolnym momencie.
- Uczestnik konkursu otrzymuje tyle punktów, ile wynosi liczba zaliczonych zadań.
- Po uzbieraniu 33 punktów uzyskuje się tytuł *Eksperta Łamania Głowy*, co zostaje ogłoszone na łamach MMM. Po trzykrotnym zdobyciu tego tytułu zostaje się *Mistrzem Łamania Głowy*, co potwierdzane jest dyplomem. Trzykrotne zdobycie tytułu *Mistrza* skutkuje przyznaniem tytułu *Arcymistrza Łamania Głowy* i specjalnej odznaki.

4. Kokosowy interes

Pewien sprzedawca nabył kontener kokosów za 700 zł, sprzedał za 800 zł, kupił znów za 900 zł i sprzedał za 1000 zł. Ile na tym zyskał?

5. Na dobre i na złe

Do wielkiego finału turnieju małżeństw „Na dobre i na złe" przeszły pary o numerach startowych 2, 8, 12 i 13. Okazało się, że każda z nich ma jednego syna i jedną córkę. Dzieci mają 2 lata, 8, 12 lub 18 lat. Żadne dziecko nie ma tylu lat, ile wynosi numer jego rodziców. Para nr 13 ma pełnoletniego syna. W każdym z podanych wieków jest zarówno chłopiec jak i dziewczynka, ale nie ma rodzeństwa w tym samym wieku. Ośmioletnia dziewczynka ma młodszego brata. Siostra 18-latka chodzi do szkoły na placu Kopernika. Która para ma dwunastoletnią córkę?

6. Ojciec i syn

Liczba lat Piotra powstaje w wyniku przestawienia cyfr w liczbie lat jego ojca. Ile lat ma Piotr, jeśli rok temu był dwa razy młodszy od ojca?

7. Pole roku

Ile jest nieprzystających trójkątów prostokątnych o polu 2004 i przyprostokątnych naturalnej długości?

8. Uschnięty żebropław

Ze wszystkich zwierząt najwięcej wody zawiera żebropław – aż 99%. Po częściowym osuszeniu zwierzę to zawierało 98% wody. O ile procent zmniejszyła się jego waga?

9. Zaszyfrowane równości

Na jakiej zasadzie zapisane są poniższe równości?

$15 = 4$, $511 = 7$, $505111 = 58$, $1100 = 99$, $1001000 = 900$

10. Reszta z jedynek

Jaką resztę przy dzieleniu przez 6 daje liczba, której zapis dziesiętny to 2004 jedynki?

11. Pat i jego brat

Z dwóch braci bliźniaków jeden zawsze kłamie, a drugi mówi prawdę. Jeden z nich ma na imię Pat. Chcesz dowiedzieć się, który. Możesz zadać tylko jedno pytanie, używając najwyżej trzech słów (ma to być pełne gramatyczne zdanie pytające), na które można odpowiedzieć TAK albo NIE. Jakie pytanie zadasz?

12. Równe sumy

Liczby naturalne nieprzekraczające stu podzielono na dwa zbiory ze względu na parzystość. Następnie z każdego zbioru wybrano możliwie największy podzbiór, tak że sumy liczb w tych podzbiorach były równe. Ile elementów wybrano z każdego zbioru i jaka jest wartość ich sumy?

Za pomysły zadań wykorzystanych w tym numerze dziękujemy:

Justynie Chądzyńskiej,

Amadeuszowi Ciokowi,

Arturowi Malinie,

Piotrowi i Maciejowi Pawlikowskim,

Ryszardowi Rudnickiemu,

Antoniemu Szenderze,

Piotrowi Świędrychowi.

13. Totalny rozpad

Na ile części rozpadnie się wypukły stukąt rozcięty wzdłuż wszystkich przekątnych poprowadzonych z dwóch sąsiednich wierzchołków?

14. Do dna

Do kieliszka w kształcie stożka o przekroju osiowym będącym trójkątem równobocznym o boku 8 cm nalano wina do $\frac{3}{4}$ jego wysokości. Następnie przykryto kieliszek spodkiem i odwrócono do góry dnem. Ilukrotnie zmniejszyła się wysokość wina w kieliszku?

15. W tunelu

Pociąg mający 250 m długości i jadący z prędkością 75 km/h wjeżdża do tunelu o długości 2,5 km. Ile czasu jakikolwiek fragment pociągu będzie znajdował się w tunelu?

Punkty patronackie prowadzące sprzedaż bieżących i archiwalnych numerów MMM

Księgarnia JEREMIASZ
w budynku Akademii Świętokrzyskiej
25-406 **Kielce**, ul. Konopnickiej 15

Kiosk w Instytucie Matematyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego
30-059 **Kraków**, ul. Reymonta 4
tel. (0-12) 632 48 88 w. 5723

Handel Książkami TETJA Józef Siwy
43-170 **Łaziska Górne**, ul. Działkowców 5
tel/faks (0-32) 224 30 99, SMS 0-502 300 382,
e-mail: jsiwy@silesianet.pl

Księgarnia Pedagogiczna
Łódzkiego Stowarzyszenia Pomocy Szkole
90-531 **Łódź**, ul. Wólczańska 202
tel. (0-42) 636 83 26

Polskie Towarzystwo Matematyczne
Oddział Sądecki
33-300 **Nowy Sącz**, ul. Jagiellońska 61
tel. (0-18) 443 68 99

Biuro Handlowe Wydawnictwa NOWIK
45-056 **Opole**, ul. Katowicka 39, pok. 110
tel. (0-77) 454 36 04

Radomski Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli
26-600 **Radom**, ul. Żeromskiego 53
tel. (0-48) 363 06 81, faks (0-48) 360 00 65

UNKA Anna Semeniuk
budynek L Politechniki Rzeszowskiej
35-329 **Rzeszów**, al. Powstańców Warszawy 8

Książki i Pomoce Dydaktyczne
Marek Matejuk
58-309 **Wałbrzych**, ul. Wrocławska 45
tel./faks (0-74) 843 43 09, (0-74) 849 06 90
www.matejuk.pl e-mail: sklep@matejuk.pl

Kiosk na Wydziale Matematyki, Informatyki
i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego
02-097 **Warszawa**, ul. Banacha 2
tel. (0-22) 554 41 36

Kiosk w Gmachu Głównym Politechniki
Wrocławskiej
50-370 **Wrocław**, Wybrzeże Wyspiańskiego 27
tel. (0-71) 320 28 61

Księgarnia DANIEL Grzegorz Drewniak
51-410 **Wrocław**, ul. Brücknera 10
tel. 0-507 049 874, e-mail: info@mat.edu.pl

Księgarnia KWANTUM
50-067 **Wrocław**, ul. Świdnicka 6a
tel. (0-71) 342 04 20
e-mail: kwantum@beta-fk.pl

Księgarnia przy Dolnośląskim Ośrodku
Doskonalenia Nauczycieli
50-527 **Wrocław**, ul. Dawida 1A
tel. (0-71) 336 99 74

Punkt ksero w Instytucie Matematycznym
Uniwersytetu Wrocławskiego
50-384 **Wrocław**, pl. Grunwaldzki 2/4
tel. (0-71) 375 74 14 (prosić ksero)

Bieżące numery są również do nabycia w salonach prasowych RUCH S.A. i EMPiK.

Wyniki i podpowiedzi

Rozwiązania zadań konkursowych z numeru 2/2004

1. Układanka z zapałek. Wystarczy 6 zapałek ułożonych w szkielet czworościanu foremnego. Warunek o niełamaniu zapałek oznacza, że w całości muszą być bokami trójkątów.

2. Kalendarzowe sumy. Do 30.06.2004 były 23 takie daty (uznawane były poprawne odpowiedzi z podaną inną datą).

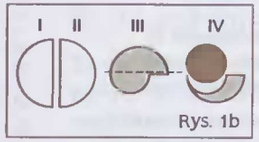
3. Przyjacielski zakład. Piotr zyskał 1 zł, jeśli przegrał zakład.

4. Inwazja z kosmosu. Jest 17 ufoludków. Liczba palców musi być kwadratem liczby pierwszej (tylko wtedy z informacji o liczbie palców poznamy liczbę ufoludków) z przedziału (200, 300). Tylko 17^2 ma tę własność.

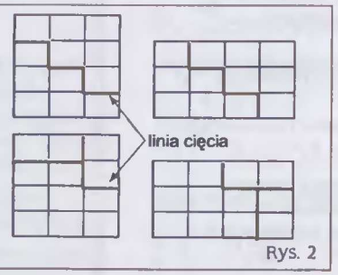
5. Tajemnicza substancja. W beczce jest dziura.

6. Podział naleśników. Naleśniki się smaży, a nie piecze – przepraszamy za ten kulinarny lapsus. Największy naleśnik kroimy wzdłuż średnicy. Najmniejszy układamy na średnim tak, aby całość miała oś symetrii (średnice naleśników można wyznaczyć nożem mając dane środki, rozwiązania z ułożeniem koncentrycznym były odrzucane – nie można tego osiągnąć mając do dyspozycji tylko nóż). Obkrawamy większy naleśnik wzdłuż połowy obwodu mniejszego i odcinka średnicy, jak na rys. 1a. Po podziale otrzymujemy cztery równe porcje w pięciu kawałkach, jak na rys. 1b.

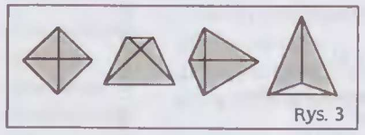
Rys. 1a

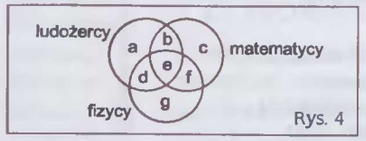


Rys. 1b



Rys. 2


Rys. 3



Rys. 4

7. Lata lecą. Paweł ma 27 lat.

8. Podwójna nierówność. To prawda. Należało wykonać szacowanie, np.:

$$\sqrt{3+3\sqrt{3+3\sqrt{3+3\sqrt{3}}}} > \sqrt{3+3\sqrt{3+3\sqrt{3+3\cdot 1}}} > \sqrt{3+3\sqrt{3+3\cdot 2}} = \\ = \sqrt{12} = \sqrt{3+12} > \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{3+3\sqrt{3+3\sqrt{3+3\sqrt{3}}}} < \sqrt{3+3\sqrt{3+3\sqrt{3+3\cdot 2}}} = \sqrt{3+3\sqrt{12}} < \\ < \sqrt{3+3\sqrt{16}} = \sqrt{3+12} < \sqrt{16} = 4$$

Rozwiązania „kalkulatorowe" lub sama odpowiedź „tak" były odrzucane.

9. Nierówność z wykładnikami. Jest prawdziwa. Szacujemy:

$$2002^{2002} + 2003^{2003} < 2 \cdot 2003^{2003} < 2003 \cdot 2003^{2003} = \\ = 2003^{2004} < 2004^{2004}.$$

10. Podział dywanu. Dwa z wielu możliwych rozwiązań przedstawia rys. 2.

11. Co za typ? Nie jest to żaden szczególny rodzaj czworokąta. I wcale nie musi to być kwadrat – patrz rys. 3.

12. Innowacja pedagogiczna. Trzeba w rogach wyciąć kwadraty o boku 2 cm.

13. Skomunikowanie. Mąż szedł 55 minut. Przeszedł drogę, która żonie zajmuje 10 minut.

14. Naukowcy i ludożercy. Na wyspie mieszka 200 matematyków. Oznaczmy liczności poszczególnych grup, jak na rys. 4. Wiemy, że:
$a+b+c+d+e+f+g = 300$ (tylu jest mieszkańców),
$b+e = c+f$ (połowa matematyków to ludożercy),
$d+e = a+b$ (połowa ludożerców to fizycy),
$f+e = d+g$ (połowa fizyków to matematycy).

Uwzględniając $e = 0$ (nie ma przedstawiciela trzech „profesji") i dodając ostatnie trzy równania stronami, otrzymujemy $b+d+f = a+c+g+b+d+f$, skąd $a+c+g = 0$, ale że są to liczby nieujemne, to $a = c = g = 0$. Zatem układ równań ma postać:

$$\begin{cases} b+d+f = 300 \\ b = f \\ d = b \\ f = d \end{cases}$$

skąd $b = d = f$ i $3b = 300$, więc $b = 100$. Matematyków jest $b+c+e+f = 100+0+0+100 = 200$.

15. T jak tangram. Rys. 5.

Rys. 5

Wyniki konkursów z numeru 2/2004

Nagrody pieniężne w konkursie *Łamanie głowy, czyli burza w mózgu* otrzymują (w nawiasie podano liczby zaliczonych zadań):

200 zł – Michał **RYBKA** Bochnia (14);

100 zł – Łukasz **GOLISZEWSKI** Żelechów (12), Radosław **BURNY** Płock (11), Paulina **GAWLIK** Kraków (11), Janusz **SZCZYPTA** Nowy Sącz (11), Przemysław **PONIKOWSKI** Radzyń Podlaski (10);

50 zł – Tomasz **LUKAS** Rzgów (13), Anna **SAWICKA** Olszewnik (13), Michał **PASZENDA** Żory (9), Janusz **TARCZYKOWSKI** Toruń (8), Joanna **HELUSZKA** Kłodzko (7), Amelia **MICHALAK** Jelenia Góra (7), Aleksandra **PIETRZYK** Kraków (7), Justyna **GIL** Zgierz (5), Paweł **KUBIT** Kraków (5), Anna **LAMPERSKA** Wrocław (5).

Nagrody książkowe za rozwiązanie *Zadań dla Czytelników* z numeru 2/3004 otrzymują: Tadeusz **PROKOP** z Myszkowa i Piotr **KUMOR** z Olsztyna, tomik poezji z dedykacją Wisławy Szymborskiej otrzymuje Sabina **JANECKA-MASTALERZ** z Zielonej Góry.

Nagrody-niespodzianki za rozwiązanie *Krzyżówki z pączkiem* otrzymują: Aneta **OSADA** z Budzisławia Kościelnego, Natalia **SAKOWSKA** z Warszawy, Tomasz **ŻOŁNOWSKI** z Płocka.

Errata do numeru 3/2004

W rozwiązaniach zadań konkursowych z numeru 1/2004 błędnie podaliśmy odpowiedzi do dwóch zadań (ale prace sprawdzone były prawidłowo). Powinno być:

3. 100 lat! $85125 + 74123 = 159248$.

10. O pisarczyku i skreślaczu. 99 999 785 960.

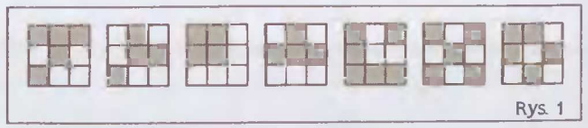
Przepraszamy.

Rozwiązania z numeru 3/2004

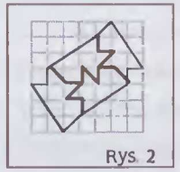
Zadania z finałów Mistrzostw Polski w GMiL

1. Zestaw odważników: 1, 2, 3, 7, 11.

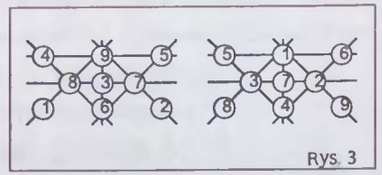
2. Możliwe rozwiązania przedstawia rys. 1.


Rys. 1

3. Rozwiązanie na rys. 2.


Rys. 2

4. Możliwe rozwiązania:
{2, 14, 16, 18, 20},
{4, 8, 14, 18, 20},
{4, 10, 14, 16, 18},
{6, 8, 12, 14, 20},
{6, 10, 12, 14, 16}.



Rys. 3

5. Maksymalny wynik to 8 dla liczb (0, 0, 2, 2, 1).

6. Rozwiązanie na rys. 3.

Zadania z artykułu *Igrzyska na ekranie*

Lista nagrodzonych w następnym numerze.

1. Prosta przechodząca przez środek bramki i miejsce oddania strzału powinna być osią symetrii bramki. (Dlaczego?)

2. i) $a \in \left(-\frac{2}{7}, -\frac{17}{64}\right)$; ii) $a \in \left(-\frac{3}{7}, -\frac{2}{5}\right)$; iii) $a \in \left(-\frac{2}{7}, -\frac{17}{64}\right)$.

3. Spełnione muszą być warunki na wysokość lotu (musi zmieścić się na ekranie) oraz przelot **nad** lewym i **pod** prawym końcem kosza. (Jak to zapisać, używając parametrów wzoru paraboli?)

4. Na ekranie ustawiamy słupek, np. $Y_1 = 20(16 < X)(X < 16.5)$. Obręcz ringo to wykresy dwóch funkcji, np. $Y_2 = \sqrt{16-(X-7)^2} + 10.0$, $Y_3 = -Y_2 + 2 * 10.0$ (w Y_2 i Y_3 ostatnie liczby powinny zawsze być takie same).

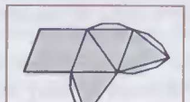
5. Obręcz kosza widoczna jest z góry jako: $X_{1T} = 4(\cos T + 1.75)$, $Y_{1T} = 4(\sin T + 1.25)$, a piłka to: $X_{2T} = 3\cos T + 10.0$, $Y_{2T} = 3\sin T + 4.0$. Parametry ekranu powinny być tak ustawione, aby obręcz i piłka były okrągłe.

Zadania z artykułu *Gwiazdy z gwiazd dwunastu (2)*

Lista nagrodzonych w następnym numerze.

Rys. 1

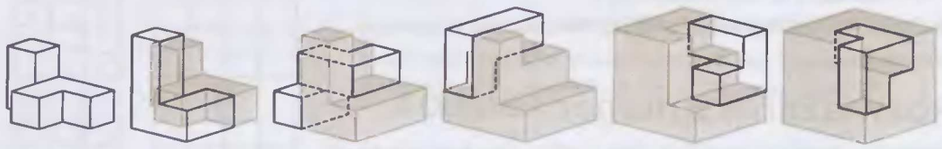
Rys. 2


Rys. 3

1. Sześcioośmioscian (rys. 1).
2. Objętość gwiazdki jest równa czterem objętościom sześcianu z rys. 2.
3. Ściany boczne są połowami rombu tworzącego podstawę (widać to wyraźnie na rys. 3 przedstawiającym siatkę doklejanego ostrosłupa).
4. Kąty są niejednakowe. Ten, o który pytano, jest prosty (w połówce sześcianu z rys. 2 jest kąt 45°).

Łamigłówka Steinhausa z numeru 2/2004

Sposób złożenia sześcianu pokazują rysunki.



opr. Tadeusz Prokop, Myszków

Wśród Czytelników, którzy do końca grudnia 2004 nadeślą na adres redakcji prawidłowe rozwiązania zadań konkursowych, rozlosujemy nagrody. Decyduje data stempla pocztowego.

Główna nagroda (za rozwiązanie przynajmniej 12 zadań) – **200 zł**,

5 nagród (za rozwiązanie przynajmniej 10 zadań) – po **100 zł**,

10 nagród (za rozwiązanie przynajmniej 5 zadań) – po **50 zł**.

Kupon konkursowy
„MMM" 4/2004

Na kopertę prosimy nakleić kupon konkursowy.

Obrazek triumfalny

Poniższy obrazek logiczny dedykujemy finalistom Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych.

Wskazówki dla początkujących:
- zacznij od dużych liczb,
- w pierwszej kolejności wypełniaj obszary blisko brzegu,
- pola, które na pewno nie będą zamalowane, przekreślaj.

Zadanie polega na ustaleniu drogą dedukcji, które kratki należy zaczernić, a które zostawić puste. Każde zadanie ma dokładnie jedno rozwiązanie. Liczby w rzędach i kolumnach określają kolejne długości ciągów sąsiednich zamalowanych pól w danym rzędzie lub kolumnie. Pomiędzy zamalowanymi grupami co najmniej jedno pole musi być puste, jak w przykładzie.

	1 1 1 3	28 1	2 3 1 1	2 1 2 5	1 2 1 3 1 1	1 2 2 1 1 1	2 3 1 1 1 1	1 3 2 2 1 1	2 3 1 1 1 1	2 3 2 1	1 2 1 1 15	2 2 1 3 1	1 4 2 1	2 2 1 1	2 2 3 2	2 1 2 1	1 2 1 1 1	1 3 1 2	2 4 21	2 1 1 1	2 3 1 1	1 4 1 1	2 2 1 1 1	1 2 3 1 1	2 4 3 1 1	1 2 2 1 1	2 2 1 1	28 1	1 1 1 3
3 1 3 2 3 1 3 1 3																												
30																												
1 1																												
1 1																												
1 1 2 1 1 1 1 1 1 1																												
4 1 3 3 2 2 3 4																												
28																												
2 2 3 2 2 2 2 2 1																												
1 1																												
1 3 4 1																												
1 1 4 1 1																												
1 4 1 2 2 1 5 1																												
1 1 3 1 1 1 1 1 2 1																												
1 5 2 2 1 3 1																												
1 1 1 2 1																												
10 1 10																												
1 1 1 2 1																												
1 4 1 1 1 1 2 1																												
1 1 2 1 1 1 2 1 1																												
1 1 1 1 1 1 4 1																												
1 3 1 1 1 4 1																												
1 1 1 1 1 1 2 1 1																												
1 1 2 1 1 1 2 1																												
1 3 1 1 1 1 1 1																												
1 1 1 1 1 1 1 2 1																												
9 1 9																												
1 1 1 1 1																												
10 1 10																												
1 1 1 1 1																												
3 4 2 3 3 2																												

Wśród Czytelników, którzy do końca grudnia przyślą odpowiedź, co jest na obrazku, oraz czy pole o współrzędnych (13, 19) jest zamalowane, rozlosujemy egzemplarze miesięcznika „Obrazki logiczne".

więcej: „Wyłowione z sieci" s. 26 i **www.obrazkilogiczne.pl**

dwunastościan wielki

Ilustracja z książki W. Jamnitzera „Perspectiva Corporum Regularium" 1568, przedstawiająca najstarszy znany wizerunek dwunastościanu wielkiego.

Czytaj w dziale „Zrób sobie bryłkę" s. 30.

9 771643 948004 10